ASTORECA
EDUCAR BIEN

Cuadernillo matemática

6° Básico

Tomo 2

Nombre: _____ Curso: ____

Este cuadernillo de ejercitación complementaria se crea a partir de la recopilación del material utilizado en los tres colegios Astoreca: Colegio San Joaquín, Colegio San José, Colegio San Juan; Junto con ejercicios de libros de alto estándar los cuáles se encuentran en la bibliografía anexa.

Índice Tomo II:

Unidad 4: Patrones y Álgebra ……..…….. 5
Unidad 5: Ángulos …….……..……69
Unidad 6: Triángulos y cuadriláteros…….……..95
Unidad 7: Transformaciones isométricas…….……....129
Unidad 8: Cubos y paralelepípedos…….……....151
Unidad 9: Estadística ……..…179
Unidad 10: Probabilidades……..213
Bibliografía …… 239

Unidad 4: Patrones y Álgebra

Secuencias numéricas

Una **secuencia numérica** es un grupo de números, que pueden seguir un **patrón** de formación. En algunos casos, se puede relacionar la posición de un término en la secuencia numérica con su valor, utilizando un **término general**.

Ejemplo: en la siguiente secuencia numérica: 4, 7, 10, 13, …

Primer término	$4 = 1 + 3 \cdot 1$	
		+ 3
Segundo término	$7 = 1 + 3 \cdot 2$	
		+ 3
Tercer término	$10 = 1 + 3 \cdot 3$	
		+ 3
Cuarto término	$13 = 1 + 3 \cdot 4$	

Si observas cada término, se deduce que aumentó tres unidades de un término a otro. Su patrón de formación es sumar 3.

De esta manera, el enésimo témino (lugar **n**) o término general será $1 + 3 \cdot \mathbf{n}$, donde **n** es un número natural ($n \in \mathbb{N}$).

1 Completa la secuencia con los siguientes 3 términos que continúan e identifica el patrón:

a) 5, 8, 11, 14, 17 , _____ , _____ , _____ .

Patrón : _____

b) 78, 188, 298, 408, 518, _____ , _____ , _____ .

Patrón : _____

c) 310, 298, 286, 274, 262, _____ , _____ , _____ .

Patrón : _____

2 Descubre el patrón que genera cada secuencia y determina el término que falta

a) 2, 4, 6, **?** , 10, 12

Patrón: _____

? = _____

b) 1, 4, 7, 10, 13, **?**

Patrón: _____

? = _____

c) 30, **?** , 20, 15, 10, 5

Patrón: _____

? = _____

d) **?** , 7, 10, 13

Patrón: _____

? = _____

3 Escribe los 5 términos que siguen en cada secuencia considerando la información dada.

a) El primer término es 12 y el patrón de formación considerado es sumar 6.

_____ , _____ , _____ , _____ , _____

b) El primer término es 100 y el patrón de formación considerado es restar 18.

_____ , _____ , _____ , _____ , _____

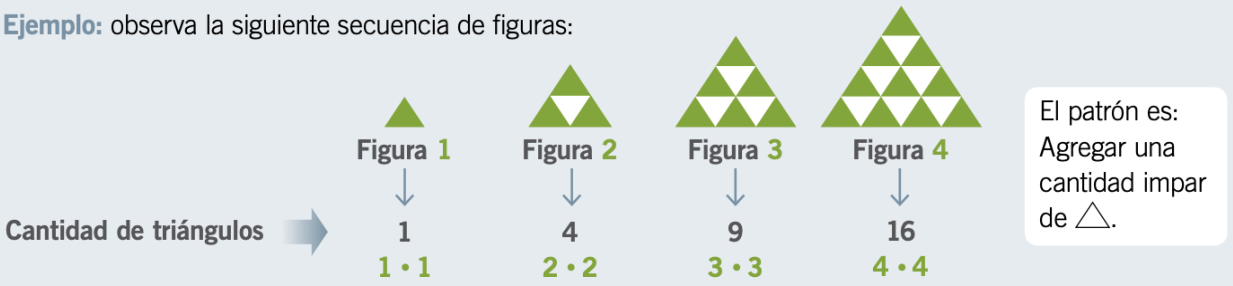
c) El primer término es 5 y el patrón de formación considerado es multiplicar por 10.

_____ , _____ , _____ , _____ , _____

Secuencias en grupos de figuras

En un **grupo de figuras** que presenten alguna regularidad entre ellas, es posible identificar el **patrón de formación**, esto es, una regla que las relacione.

Ejemplo: observa la siguiente secuencia de figuras:



Luego, la secuencia que representa la cantidad de triángulos es: **1, 4, 9, 16,....** Por lo tanto, el término general respecto a la cantidad de triángulos es: $n \cdot n$, con $n \in \mathbb{N}$.

4 Observa las siguientes secuencias y luego identifica el patrón

Secuencia	Patrón
	Agregar 4 ■
	
	

5

Observe la siguiente secuencia:

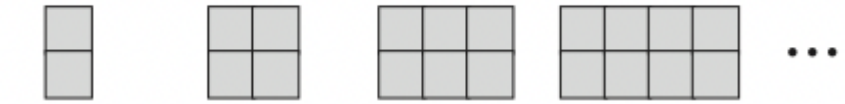


Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

a) Identifica el patrón de formación: _____

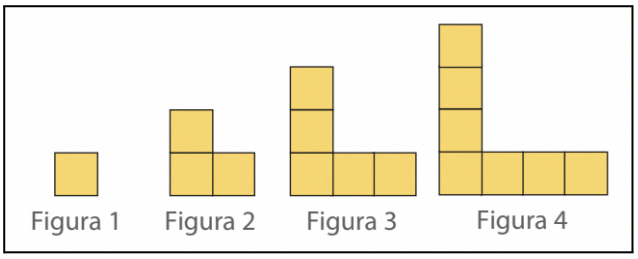
b) Dibuja las figuras 5 y 6.

Figura 5	Figura 6

c) Completa la tabla para calcular la cantidad de cuadrados por figura.

Figura	Expresión para calcular	Cuadrados por figura
6		
7		
8		
9		

6 Observa la siguiente secuencia:



1) Organiza los datos completando la tabla con la información correspondiente

Figura (n)	1	2	3	4
Cantidad de ☐				

2) Complete la secuencia según la cantidad de cuadritos:

_____ , _____ , _____ , _____

3) ¿Siempre aumenta lo mismo? _____

4) ¿Cuánto aumenta de una figura a la otra? _____

5) Observe los números de la tabla anterior, ¿qué le sucede a los números de **"Figura (n)"** para transformarse en los números que aparecen en "**Cantidad de cuadrados**"?_____
_____
_____

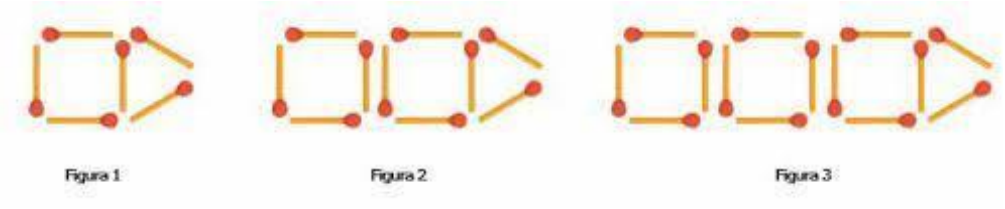
6) ¿Qué expresión algebraica demuestra esta relación? Expresión general: _____

Tip para encontrar Expresión general: *Si el patrón es lineal Ej: +7, +7 , +7 (se suma o resta cada vez con aumento constante) el patrón identificado será el que acompaña a "n" multiplicándose y luego le agrego o quito la diferencia para llegar al valor de la columna de salida.*

**Si el aumento no es constante, debo buscar otra expresión general. Ej: +5 , +7 , +9 → no lineal*

7) ¿Cuántos cuadrados tendrá la figura 16? _____

7 Observe la siguiente secuencia de palitos de fósforos



1) Organiza los datos completando la tabla con la información correspondiente:

N° de figura	Cantidad de fósforos
1	
2	
3	
4	

2) Complete la secuencia según la cantidad de fósforos:

_____ , _____ , _____ , _____

3) ¿Siempre aumenta lo mismo? _____

4) ¿Cuánto aumenta de una figura a la otra? _____

5) Observe los números de ambas columnas de la tabla anterior, ¿qué le sucede a los números de la columna **"N° de figura"** para transformarse en **"Cantidad de fósforos"**?

_____
_____
_____

a) ¿Qué expresión algebraica demuestra esta relación? _____

Tip para encontrar Expresión general: *Si el patrón es lineal Ej: +7, +7 , +7 (se suma o resta cada vez con aumento constante) el patrón identificado será el que acompaña a "n" multiplicándose y luego le agrego o quito la diferencia.*

b) ¿Cuántos fósforos tendrá la figura 24? _____

8 Observe la siguiente secuencia de palitos de fósforos



Figura 1

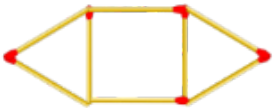


Figura 2

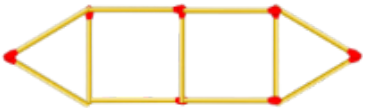


Figura 3

1) Organiza los datos completando la tabla con la información correspondiente:

N° de figura	Cantidad de fósforos
1	
2	
3	
5	

2) Complete la secuencia según la cantidad de fósforos:

_____ , _____ , _____ , _____

3) ¿Siempre aumenta lo mismo? _____

4) ¿Cuánto aumenta de una figura a la otra? _____
5) Observe los números de ambas columnas de la tabla anterior, ¿qué le sucede a los números de la columna **"N° de figura"** para transformarse en **"Cantidad de fósforos"**?

_____
_____
_____

6) ¿Qué expresión algebraica demuestra esta relación? _____
7) ¿Cómo la encontró?_____

_____

8) Dibuje la figura 5:

9 Observe la siguiente secuencia de palitos de fósforos

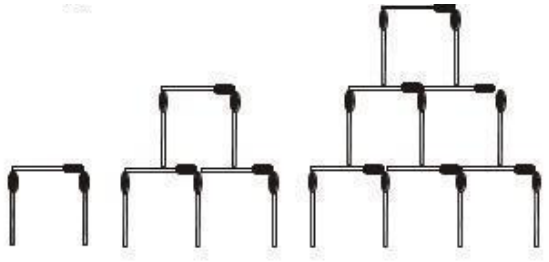


FIG 1 FIG 2 FIG 3

1) Organiza los datos completando la tabla con la información correspondiente:

N° de figura	Cantidad de fósforos
1	
2	
3	
4	

2) Complete la secuencia según la cantidad de fósforos:

_____ , _____ , _____ , _____

3) ¿Siempre aumenta lo mismo? _____

4) ¿Cuánto aumenta de una figura a la otra? _____

5) Observe los números de ambas columnas de la tabla anterior, ¿qué le sucede a los números de la columna **"N° de figura"** para transformarse en **"Cantidad de fósforos"**?

_____
_____
_____

6) ¿Qué expresión algebraica demuestra esta relación? _____

10 Observa la siguiente secuencia

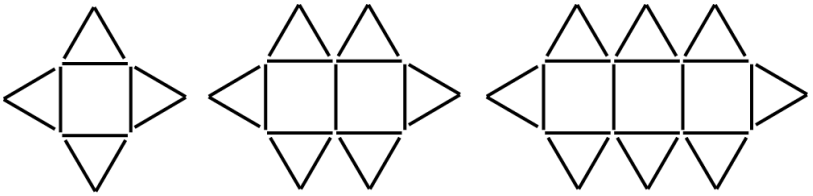


Figura 1 Figura 2 Figura 3

1) Organiza los datos completando la tabla con la información correspondiente

N° de figura	Cantidad de palitos
1	
2	
3	

2) Complete la secuencia según la cantidad de palitos:

_____ , _____ , _____ , _____

3) ¿Siempre aumenta lo mismo? _____

4) ¿Cuánto aumenta de una figura a la otra? _____

5) Observe los números de ambas columnas de la tabla anterior, ¿qué le sucede a los números de la columna **"N° de figura"** para transformarse en **"Cantidad de palitos"**?

_____
_____
_____

6) ¿Qué expresión algebraica demuestra esta relación? _____

7) ¿Cuántos palitos tendrá la figura 5?_____

11 Observe la siguiente secuencia:



Figura 1 Figura 2 Figura 3

1) Organiza los datos completando la tabla con la información correspondiente

N° de figura	Cantidad de cuadritos
1	
2	
3	

2) Complete la secuencia según la cantidad de cuadritos:

_____ , _____ , _____ , _____

3) ¿Siempre aumenta lo mismo? _____

4) ¿Cuánto aumenta de una figura a la otra? _____

5) ¿Qué expresión algebraica demuestra esta relación? _____

6) ¿Cuántos cuadritos tendrá la figura 7? _____

12 Considera que los valores de la siguiente tabla siguen una secuencia.

Posición (n)	1	6	8	10	11	13	16	17	25
Valor del término	3	13	17	21	23	27	33	35	51

1) ¿Siempre aumenta lo mismo? _____

2) ¿Cuánto aumenta de un valor al otro? _____

3) Observe los números de ambas filas de la tabla anterior, ¿qué le sucede a los números de la fila **"Posición (n)"** para transformarse en **"Valor del término"**?

_____
_____
_____

4) ¿Qué expresión algebraica demuestra esta relación? _____

5) ¿Qué valor tiene la posición 30 ?

13 Observa la siguiente secuencia de figuras:



Figura 1 Figura 2 Figura 3 Figura 4

1) Organiza los datos completando la tabla con la información correspondiente

N° de figura	Cantidad de palitos
1	
2	
3	
4	
5	
6	

2) ¿Qué expresión algebraica demuestra la relación entre el "Número de figura" y la "Cantidad de palitos"? _____

3) Complete la tabla para calcular la cantidad de palitos por figura

N° de figura	Cantidad de palitos
10	
15	
20	
25	

Tablas de valores

Tal como en las secuencias numéricas, al observar los **valores dados en una tabla**, en algunos casos se pueden identificar regularidades.

Así, se puede establecer cuál es el patrón de formación y encontrar el término general correspondiente.

Ejemplo:

Entrada	Salida
2	5
4	9
5	11
12	25

Como: $2 \cdot 2 + 1 = 5$
$2 \cdot 4 + 1 = 9$
$2 \cdot 5 + 1 = 11$
$2 \cdot 12 + 1 = 25$

Se puede afirmar que el término general según la información de la tabla es:

$2 \cdot n + 1, n \in \mathbb{N}$

15 Analice cada tabla e identifique el patrón para los valores y represente algebraicamente: **(OJO con las posiciones)**

Posición	1	2	4	9
Valor	5	7	11	21

Patrón: _____

Expresión general: _____

Posición	5	8	15	24
Valor	4	7	14	23

Patrón: _____

Expresión general: _____

Posición	1	3	7	12
Valor	4	12	28	48

Patrón: _____

Expresión general: _____

Posición	3	7	16	23
Valor	12	32	77	112

Patrón: _____

Expresión general: _____

16 Observe la siguiente expresión:

$$3 \bullet n + 5$$

Construye una tabla con los primeros 5 valores cuyos datos se generan a partir de la expresión:

Valor n	Valor expresión

17 En la siguiente tabla se muestran los términos de una secuencia numérica y la posición en esa secuencia:

Posición	Término
1	4
2	6
3	8
4	10
⋮	⋮
n	¿?

¿Cuál de las siguientes expresiones corresponde al término que ocupa la posición n de la secuencia?

a) 2n
b) 2 + n
c) 4 + n
d) 2n + 2

18 Observa la siguiente tabla:

N	1	2	3	4	x
Salida	6	11	16	21	26

¿Cuál es la expresión general?

a) n = 61
b) 5 = 61
c) 5n + 1
d) 6n + 1

¿Cuál es el valor de x?

a) 5
b) 6
c) 12
d) 61

Resolver problemas con patrones y secuencias numéricas

19 Un gimnasio cobra una cuota de incorporación de $10 000 y cada clase vale $4 000.

a) Complete la tabla

N° de clases	Cálculo	Valor total
1	$10\,000 + 1 \cdot 4\,000$	$ 14 000
2	$10\,000 + 2 \cdot 4\,000$	
3		
4		
5		

b) Describe cómo se calcula el dinero que se debe pagar si tomas una cantidad cualquiera de clases:

_____

_____

c) ¿Cuál expresión algebraica permite obtener el dinero a pagar por x clases?

d) Si tomas 30 clases, ¿cuánto debes pagar?

20 Boris decidió ahorrar dinero. Compró un chanchito y puso $5 000. después cada mes colocó $2 000.

a) Complete la siguiente tabla

Cantidad de meses	Cálculo	Valor total
1		
2		
3		

b) Describe cómo se calcula el dinero total que tiene cada mes

c) ¿Qué expresión algebraica permite obtener el dinero ahorrado en x meses?

d) ¿Cuánto dinero ha ahorrado Boris en 8 meses?

21 Carla decidió ahorrar dinero. Compró un chanchito y puso $10 000. después, cada mes colocó $5 000.

a) Construye una tabla con el dinero reunido cada mes:

Cantidad de meses	Cálculo	Valor total
1		
2		
3		

b) ¿Qué expresión algebraica permite obtener el dinero ahorrado en x meses?

c) ¿Cuánto dinero ha ahorrado Carla en **1 año**?

22 Los hilos para bordar cuestan $690, y por la compra de un bastidor, cada hilo baja su precio a $630. El bastidor vale $2 500.

a) Completa las tablas:

Número de hilos	Cálculo con bastidor	Valor total que se pagará
1	2500 + 1 • 630	$3130
2	2500 + 2 • 630	
3		
4		

Número de hilos	Cálculo sin bastidor	Valor total que se pagará
1	1 • 690	$690
2		
3		
4		

b) Escribe la expresión algebraica que permite calcular el valor de x hilos de bordar en ambas situaciones

Expresión con bastidor	Expresión sin bastidor

23 Gonzalo le vende a su amigo Julio una bicicleta en cuotas cuyo precio es de $165 000. Gonzalo le propone que la primera cuota sea de $15 000; la segunda, de $20 000; la tercera, de $25 000, y así sucesivamente, aumentando $5 000 cada mes al monto de la cuota anterior.

a) Construya una tabla con la información anterior:

b) ¿En cuántas cuotas pagará la bicicleta Julio?

c) ¿En qué número de cuota pagará $40 000?

24 Josefa decidió ahorrar dinero. Compró una alcancía y puso $14.000. Después, cada semana colocó $500.

a) Complete la tabla con el dinero reunido cada semana

N° de semanas	Cálculo	Valor total
1		
2		
3		
4		
5		

b) ¿Qué es lo que varía?

c) Escriba la expresión algebraica que permite calcular el dinero ahorrado al cabo de x semanas:

d) ¿Cuánto dinero habrá ahorrado en 34 semanas?

25 Un servicio de transporte, a través de su software de aplicación móvil, ofrece vehículos y conductores a la tarifa que se indica en la imagen.



a) Si **n** es el número de kilómetros por recorrer, ¿qué expresión permite calcular el costo del viaje?

b) ¿Cuánto paga un pasajero que recorre 2 km? _____

c) ¿Y 5 km? _____

d) ¿Y 10 km? _____

e) ¿Qué tabla resume los costos para carreras de 1, 2, 4 y 9 km?

Lenguaje algebraico y lenguaje natural

El doble $\longrightarrow 2x$	La mitad $\longrightarrow \frac{x}{2}$	Aumentar $\longrightarrow +$
El triple $\longrightarrow 3x$	La tercera parte $\longrightarrow \frac{x}{3}$	Disminuir $\longrightarrow -$
El cuádruplo $\longrightarrow 4x$	La cuarta parte $\longrightarrow \frac{x}{4}$	

26 Escriba en **lenguaje algebraico** las siguientes expresiones:

a) Un número: _____

b) El triple de un número: _____

c) La mitad de un número: _____

d) Un cuarto de un número: _____

e) Un número par: _____

f) Un número impar: _____

g) Tres números consecutivos: _____

h) Dos números pares consecutivos: _____

i) Dos números impares consecutivos: _____

j) El sucesor de un número: _____

k) El antecesor de un número: _____

l) La diferencia entre dos números: _____

m) El producto entre dos números: _____

n) El cociente entre dos números: _____

o) La suma entre dos números: _____

p) Un número disminuído en 30: _____

q) Cuatro veces un número: _____

r) 15 aumentado en un número: _____

s) 5 veces un número disminuído en 3: _____

t) El perímetro de un cuadrado de lado L: _____

u) La edad de Andrea hace tres años: _____

v) La edad que tendrá Luis en 10 años: _____

w) La cuarta parte de mi dinero más $7 000: _____

27 Expresa en lenguaje natural cada expresión algebraica.

a) 3x + 15 _____

b) x - $\frac{x}{2}$ _____

c) 2x + 3y _____

d) 5a - 2b _____

28 Completa la tabla:

Lenguaje	
Natural	**Algebraico**
La diferencia entre el triple de un n° y el doble de otro	
	3x + 1
La mitad de un número	
	2a - 2
Un número aumentado en 2	
8 veces un número aumentado en 7	
	$\frac{x}{5}$
El triple de un número disminuido en 8	

29 Observen los precios de las verduras:



¿Qué representan las siguientes expresiones algebraicas?

a) $\times + 250 =$ *La compra de una zanahoria y un pimentón*

b) $7 \cdot \times =$ _____

c) $5 \cdot \times + 400 =$ _____

d) $4 \cdot \times + 4 \cdot 250 =$ _____

e) $2 \cdot 400 + \times =$ _____

30 Resuelva las siguientes situaciones y expréselas en lenguaje algebraico:

a) El valor de 5 cuadernos a $m cada uno.

_____

b) Si 8 lápices cuestan $x. ¿cuánto cuesta 1 lápiz?

_____

c) El valor de 3 naranjas, si cada naranja cuesta $r.

_____

d) Si 3 estuches cuestan $x, ¿cuánto cuestan 5 estuches?

_____

e) ¿Cuánto cuesta x cuadernos a $750 cada uno?

_____

f) ¿Cuánto cuesta 4 tijeras a $x cada una?

_____

g) ¿Cuánto cuesta 4 tijeras a $x cada una y un borrador que vale $800?

_____

h) ¿Cuánto cuesta 6 cartulinas a $x cada una y 2 plumones a $300 cada uno ?

_____

i) ¿Cuánto cuesta x reglas a $500 c/u y un estuche a $1 000?

_____

j) ¿Cuánto cuesta x destacadores a $400 cada uno y un papel lustre a $900?

_____

31 ¿Qué representa x en cada caso?

① $x \cdot 350$ 	② $3 \cdot x + 750$ 
x ⟶	x ⟶

32 ¿Cómo se escribe el lenguaje algebraico " el doble de un número aumentado cuatro"?

a) 2 + 4
b) 2n + 4
c) 2 + 4n
d) 2 • 4 + n

33 ¿Cómo se escribe la expresión algebraica 3n – 1 en lenguaje natural?

a) Un número más tres disminuido en uno.
b) El triple de un número dividido en uno.
c) Tres aumentado en n, disminuido en uno.
d) El triple de un número disminuido en uno

34 ¿Cómo se escribe la expresión n - 10 en lenguaje natural?

a) El cuociente entre un número y 10.
b) Diez veces un número.
c) La diferencia entre un número y 10.
d) Un número aumentado en 10

35 Pamela tiene x años. Determina la edad de cada uno en términos de x

a) La edad de su mamá es 4 veces la edad de Pamela

- Expresión en términos de x: _____

b) Su hermano tiene 2 años más que el doble de la edad de Pamela

- Expresión en términos de x: _____

c) La edad de su hermana es la mitad de la edad de Pamela

- Expresión en términos de x: _____

36 Escribe una expresión en función de x para cada situación:

a) Juan tiene “x” manzanas y 8 naranjas. ¿Cuántas frutas tiene?

- Expresión en función de x: _____

b) Karen tiene “m” pesos y gasta $5 000. ¿Cuánto dinero le queda?

- Expresión en función de x: _____

c) Hugo tiene $2 000 y gasta “n” pesos. ¿Cuánto dinero le queda?

- Expresión en función de x: _____

37 Representa en lenguaje algebraico las siguientes situaciones si Juan tiene x años. Escribe tus respuestas en función de x.

a) ¿Cuál será su edad en 5 años más?

- Expresión en función de x: _____

b) ¿Cuál es la edad de su hermana 3 años menor?

- Expresión en función de x: _____

c) Si su tío tiene el doble de su edad, ¿cuántos años tiene?

- Expresión en función de x: _____

d) Si su prima tiene la mitad de su edad, ¿cuántos años tiene?

- Expresión en función de x: _____

Valorizar expresiones algebraicas

Valorizar una expresión algebraica consiste en remplazar un valor numérico específico en dicha expresión algebraica.

- Halla el valor de $x + 5$ si $x = 9$.
  Si $x = 9$, entonces $x + 5 = 9 + 5$
  $= 14$
- Halla el valor de $5 + x$ si $x = 23$.
  Si $x = 23$, entonces $5 + x = 5 + 23$
  $= 28$
- Halla el valor de $y - 7$ si $y = 15$.
  Si $y = 15$, entonces $y - 7 = 15 - 7$
  $= 8$
- Halla el valor de $30 - y$ si $y = 7$.
  Si $y = 7$, entonces $30 - y = 30 - 7$
  $= 23$

38 Encuentra el valor de cada expresión:

Si n = 3 y a = 5

1. 2a - 1 = _____
2. 3n + 2a = _____
3. a - n + 7 = _____
4. $\frac{2a}{5}$ = _____
5. an + 6 = _____
6. 12 - a = _____

39 Completa la tabla con el valor de cada expresión para los valores dados de x.

Expresión algebraica	Valor de la expresión algebraica x = 8	x = 30
x - 4 + 2x		
12 + x		
6 x		
x : 2		

40 Una señora vende colaciones a $2 800 cada una y para calcular la recaudación del día utiliza la expresión algebraica:

$$x \bullet 2\,800$$

a) ¿Qué representa x? ¿Qué representa 2 800?

_____

b) Si un día vendió 10 colaciones, ¿cuánto dinero recaudó?

_____

a) Si otro día vendió 30 colaciones, ¿cuánto dinero recaudó?

_____

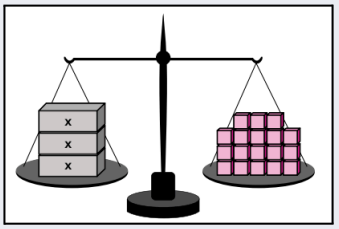
41 Pedro compra 5 lápices a $x cada uno y una goma de borrar a $600. Laura compra 3 de esos mismos lápices y una goma de borrar a $500. ¿Quién gasta más dinero? Justifica resolviendo.

Ecuaciones

Una **ecuación** es una igualdad en que hay términos desconocidos o incógnitas:

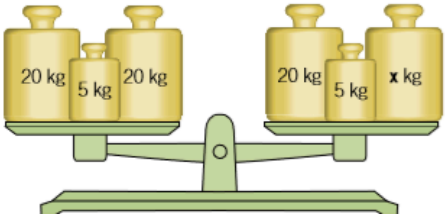
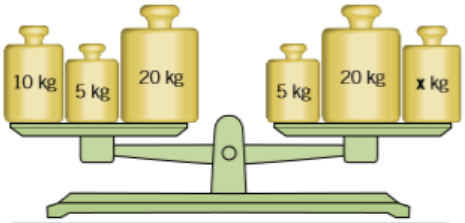
En este caso hay una incógnita. ⟶ $x + 4 = 9$

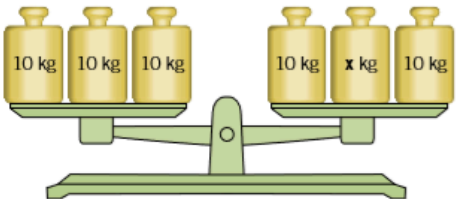
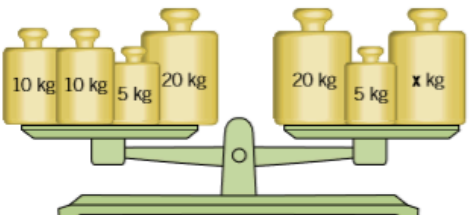
Puede representarse mediante una **balanza equilibrada**.



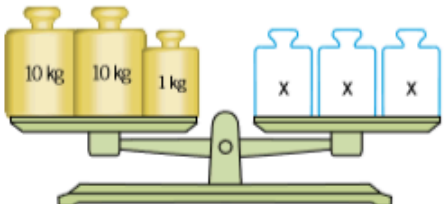
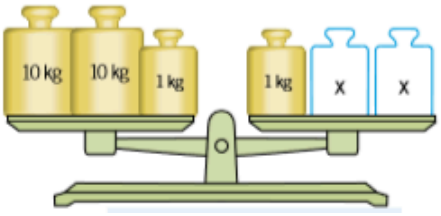
*Resolver una ecuación consiste en determinar el valor de su incógnita

42 Escriba la ecuación que representa cada balanza y luego encuentre el número que corresponde la "x" en cada caso:

	
Ecuación:	Ecuación:
Valor de "x":	Valor de "x":

	
Ecuación:	Ecuación:
Valor de "x":	Valor de "x":

43 Escriba la ecuación que representa cada balanza y luego encuentre el valor de x en cada caso:

	
Ecuación:	Ecuación:
Valor de “x”:	Valor de “x”:

44 Descubra las ecuaciones de cada balanza y luego resuélvelas:

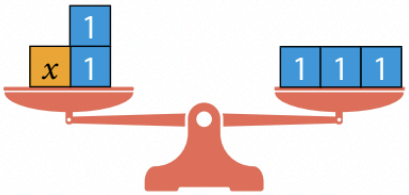
a.



Ecuación: _____

x = _____

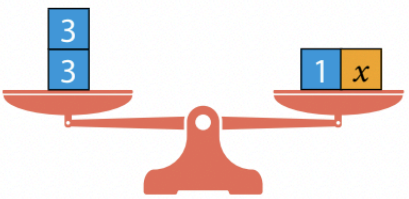
b.



Ecuación: _____

x = _____

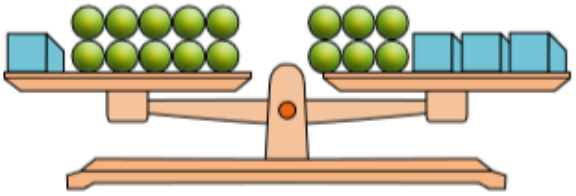
c.



Ecuación: _____

x = _____

45 Observe la siguiente balanza:

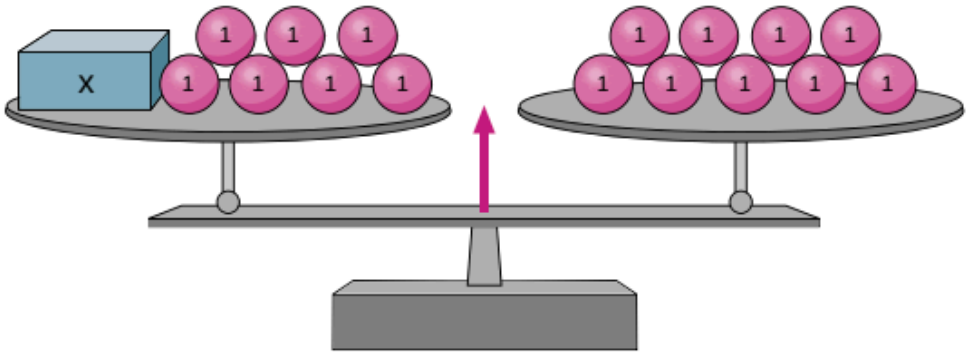


En la balanza, si cada esfera equivale a 7 unidades, ¿qué representaría cada cubo?

_____

_____

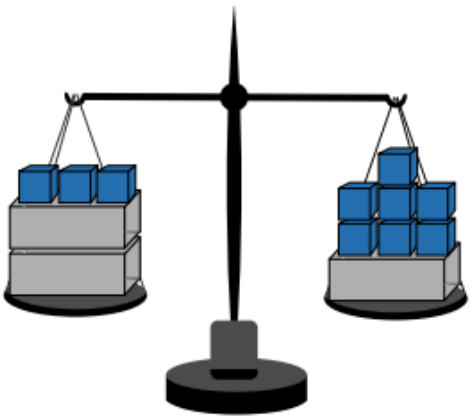
46 La siguiente balanza está en equilibrio:



¿Cuál es el valor de x?

a) 1
b) 2
c) 9
d) 16

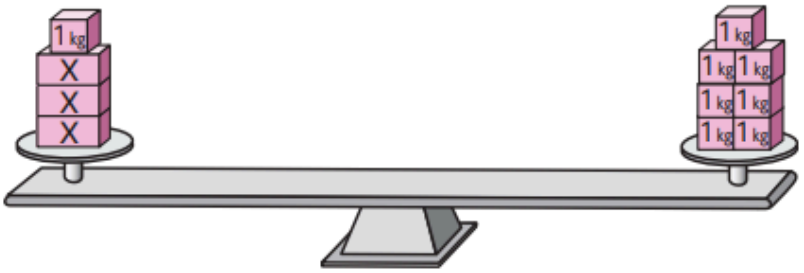
47 Observa la siguiente balanza equilibrada:



¿A cuántos  equivale un  ?

a) 1
b) 3
c) 4
d) 7

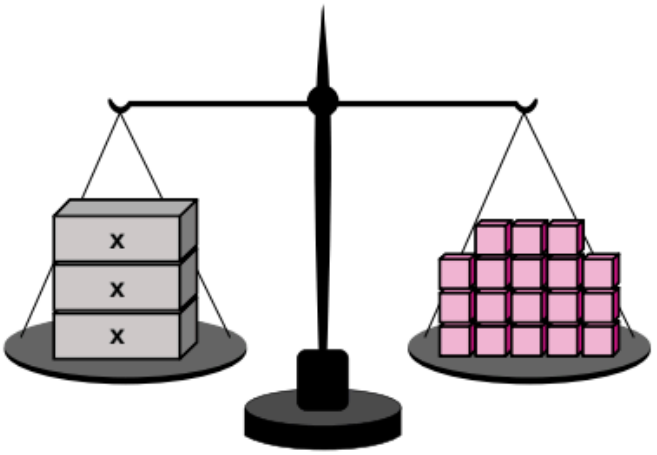
48 Observe la siguiente balanza:



¿Qué ecuación representa?

a) x + 1 = 7x
b) 4x = 7
c) 3 + 1 = 7
d) 3x + 1 = 7

49 Observa la siguiente balanza equilibrada:



¿Cuántos  equivalen un 

?

a) 18
b) 15
c) 6
d) 3

50 Escribe la ecuación que representa cada enunciado:

a) Un número aumentado en 5 es igual a 12

Ecuación: _____

b) El triple de un número es igual a 24

Ecuación: _____

c) El doble de un número es igual a 120

Ecuación: _____

d) Al disminuir en 5 unidades un número, se obtiene 2

Ecuación: _____

e) La mitad de un número es igual a 6

Ecuación: _____

51 Plantea la ecuación correspondiente:

Situación	Incógnita	Ecuación
La edad de Margarita es el doble de la edad de Pedro. Si Pedro tiene 3 años, **¿Cuál es la edad de Margarita?**	x=	
El padre de Sandra tiene 43 años, 40 años más que la edad de Sandra.**¿Cuál es la edad de Sandra?**	x=	
Nicolás tiene 30 años menos que su padre, y éste tiene 4 veces la edad de él. **¿Cuántos años tiene Nicolás?**	x=	
Andrés tiene 30 años más que el doble de Juan. **¿Cuántos años tiene Juan?**	x=	

52 El papá de Cecilia es 25 años mayor que ella. Si n representa la edad de Cecilia en años, ¿cómo se representa la edad de su papá?

a) 25n

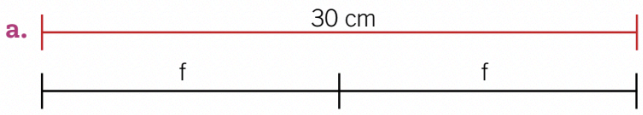
b) 25 - n

c) 25 + n

d) $\frac{25}{n}$

53 Para cada par de segmentos, escribe la ecuación que representa la relación existente y encuentra el valor de la incógnita

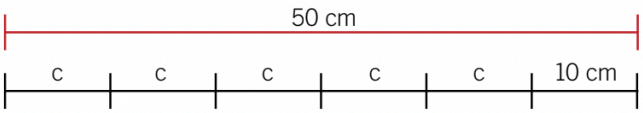
a.



Ecuación: _____

f= _____

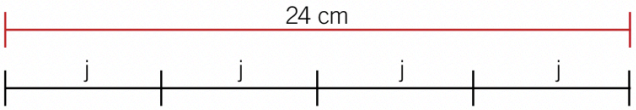
b.



Ecuación: _____

f= _____

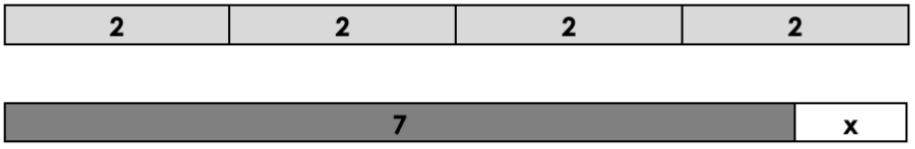
c.



Ecuación: _____

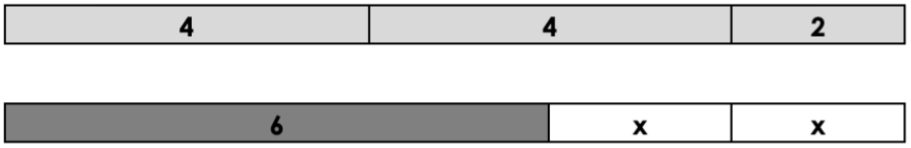
f= _____

54 Escriba la ecuación que está representada en las barras, luego resuelva la ecuación.



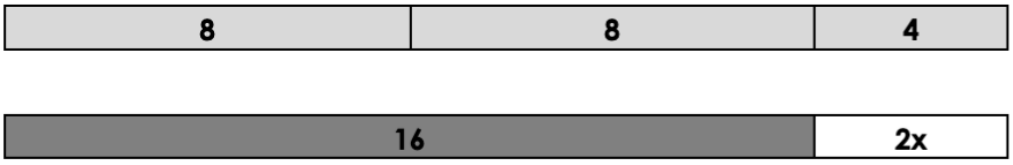
Ecuación:

x=



Ecuación:

x=



Ecuación:

x=

55 Represente las ecuaciones usando barras y resuélvelas:

$x + 2 = 4$

Representación:

x = _____

$7 = x + 3$

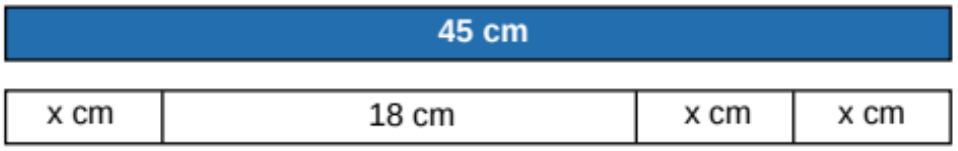
Representación:

x = _____

$14 = x + 4$
Representación: x = _____

$9 = 2x + 1$
Representación: x = _____

56 En la siguiente imagen se representan dos barras de igual longitud:



¿Cuánto vale x?

a) 27
b) 15
c) 9
d) 6

57 Resuelva según la información entregada

$$4x + 2 = 4 \bullet 5 + 2$$

1. El número “2” del lado izquierdo se asocia al número “2” del lado derecho.
2. La expresión “4x” del lado izquierdo se asocia al producto $4 \bullet 5$
3. Entonces $4x + 2 = 4 \bullet 5 + 2$
   $4x = 4 \bullet 5$
   $x = 5$

a) $7y - 2 = 7 \bullet 4 - 2$	$y =$
b) $5z + 1 = 5 \bullet 7 + 1$	$z =$
c) $3x - 8 = 3 \bullet 7 - 8$	$x =$
d) $14 + 3p = 14 + 3 \bullet 8$	$p =$
e) $7 \bullet 3 - 2q = 21 - 2 \bullet 3$	$q =$

Resolver ecuaciones:

Ejemplo: para resolver la ecuación 5x + 2 = 12, se puede realizar lo siguiente:

Resolución

$5x + 2 - \mathbf{2} = 12 - \mathbf{2}$ (se resta 2 en ambos lados de la ecuación)

$5x = 10$ (se multiplica por el inverso multiplicativo de 5)

$5x \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}} = 10 \cdot \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{5}}$

$x = 2$

Comprobación

se remplaza el valor obtenido en la ecuación:

$5\mathbf{x} + 2 = 12$
$5 \cdot 2 + 2 = 12$
$10 + 2 = 12$
$12 = 12$

58 Resuelva las siguientes ecuaciones:

a) $4 \cdot x = 40$	b) $4 \cdot x - 8 = 40$
c) $36 = 12 \cdot x$	d) $3 \cdot x - 12 = 9$
e) $48 = 4 \cdot x - 12$	f) $32 = 4 \cdot x + 12$

59 Resuelva las siguientes ecuaciones:

a) $5 + x = 8$	b) $11 + x = 16$

c) $12 = x - 8$	d) $x - 4 = 0$
e) $2x + 6 = 18$	f) $21 + 3x = 42$
g) $18 + x = 28$	h) $4x = 40$
i) $5x - 12 = 8$	j) $62 = 4x - 22$

60 Encuentre el valor desconocido para que se cumpla la igualdad:

a) $x - 5 = 5$	b) $a + a + 4 = 10$
c) $x + x + x = 30$	d) $\frac{n}{2} = 14$
e) $\frac{k}{5} = 20$	f) $2n + 8 = 28$
g) $14 = 2n + 2$	h) $21 - 2n = 11$

i) $2 + 9n = 29$	j) $10 \bullet n - 1 = 99$

61 Calcule el valor de x en cada caso:

a) 2x + 5 = 19	f) x – 6 = 10
b) 3x + 2 = 20	g) 2x + 8 = 12
c) 4x + 4 = 36	h) 4x – 1 = 3
d) 5x + 3 = 8	i) 3x + 7 = 16

62 Resuelva:

a) 2x - 5 = 5 + 6	b) 5x - 10 = 2x - 4
c) x - 1 = 3x - 11	d) 4x = 2x + 12
e) 5x + 3 = 7x - 9	f) 3x - 3 = x + 3

63 ¿Cuál es la solución de la ecuación $2y + 4 = 18$?

a) $y = 7$
b) $y = 11$
c) $y = 14$
d) $y = 44$

64 ¿Cuál es el valor de x en la ecuación x - 3 = 6?

a) 2
b) 3
c) 9
d) 18

65 En la ecuación: 4x + 5 = 321, ¿cuál es el valor de x?

a) 79
b) 158
c) 316
d) 321

66 ¿Cuál es la solución de la siguiente ecuación?

$$9 \bullet x - 3 = 30 + 3$$

a) 4
b) 33
c) 36
d) 3,3

67 El doble de un número disminuido en 14 es igual a 4 ¿Cuál es el número?

a) El número es 4.
b) El número es 7.
c) El número es 9.
d) El número es 10.

68 ¿Cuál es la solución de la ecuación 2y = 8?

a) y = 4
b) y = 6
c) y = 10
d) y = 16

69 El resultado de la ecuación $\frac{x}{3} = 9$ es:

a) 9
b) 3
c) 21
d) 27

70 ¿Cuál de las siguientes opciones NO representa una ecuación?

a) x - 2 = 8
b) b + b + 5
c) a : 6 = 54
d) 12z = 36

Resolver problemas con ecuaciones

71 ¿Cuál de las siguientes situaciones se relaciona con la siguiente ecuación ?

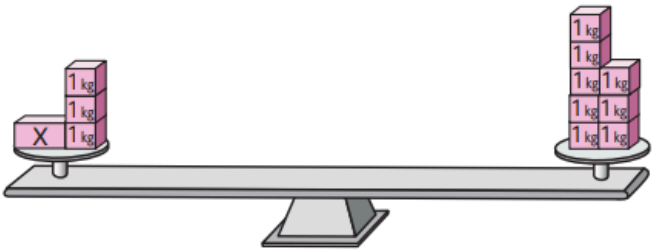
$$2x + 4 = 16$$

a) Dos veces 4 vueltas al estadio son 16 kilómetros.
b) El cuádruplo de un número aumentado en 2 unidades resulta 16.
c) Martín cuenta en dos bicicletas junto con 4 patinetas, un total de 16 ruedas.
d) Maria tiene 16 años, que equivale al doble de un número aumentado en cuatro.

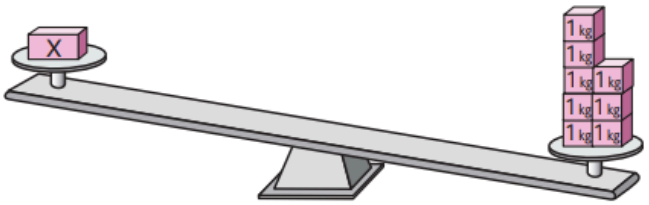
72 Ema compró un cuaderno. Si pagó con un billete de $5 000 y recibió $1 800 de vuelto. ¿Cuánto le costó el cuaderno?

R: _____

73 Se planteó la siguiente ecuación con balanza en un sexto básico:

x + 3 = 8	

Gonzalo piensa que quitando los tres cubos que acompañan a la caja marcada con x podrá resolver el problema. Pero al hacerlo, la balanza queda así:



Manifestado que

x = 8

a) ¿Qué tendría que haber hecho sobre la balanza para descubrir el valor de x?

b) ¿Cuál es el valor de x? Explica cómo lo calculaste.

74 La diferencia entre un número y 5 es igual a 33 ¿Cuál es el número?

R: _____

75 Juan tiene 8 años más que Diego. Si Diego tiene 25 años, ¿qué edad tiene Juan?

R: _____

76 Roberto cosechó 180 frutas. 96 eran manzanas y el resto peras, ¿cuántas peras cosechó?

R: _____

77 Martín compró un libro por $5 670 y recibió $1330, ¿con cuánto dinero pagó?

R: _____

78 Antonia ordeñó 3 vacas y obtuvo 77 litros de leche. Si vendió algunos y le quedaron 23, ¿cuántos litros vendió?

R: _____

79 Para hacer un postre, Carmen utilizó 125g de mantequilla con sal y un trozo de mantequilla sin sal. Si en total utilizó 280 g, ¿cuántos gramos de mantequilla sin sal utilizó?

R: _____

80 Antonio está haciendo un viaje de 367 km. si ya ha recorrido 120, ¿cuántos km le faltan por recorrer?

R: _____

***Problemas de aplicación:**

81 Con 1 600 m de alambre se cerca con dos vueltas un terreno de forma rectangular. Si el largo del terreno es el triple del ancho, ¿cuál es la medida de los lados del terreno?

R: _____

82 Paola tiene el triple del dinero que Iván y entre los dos tienen $6 000. ¿Cuánto dinero tiene cada uno?

R: _____

83 La suma de 3 números es 337. Si el mayor excede al intermedio en 45 y al menor, en 68, ¿cuánto suman el mayor y el menor?

R: _____

84 Identifica y explica el error en el siguiente enunciado. Luego calcula el valor correcto

La suma de 3 números consecutivos es 252. Por lo tanto el número menor es 85

Explicación: _____
_____
_____

Corrección: _____
_____
_____

85 Las edades de Sandra y Cristián suman 59 años. Si Cristián es un año mayor que Sandra, ¿cuáles son las edades de ambos?

R: _____

86 Un trozo de cuerda tiene una longitud de 1 250 metros. Si se divide en 4 trozos de igual medida, ¿cuánto mide cada trozo?

R: _____

87 Andrea tiene 30 libros en un estante. Si colocara 17 libros más, tendría la misma cantidad de los que hay en su biblioteca. ¿Cuántos libros tiene en la biblioteca?

R: _____

88 Ignacio realizó un giro en un cajero automático por $12 000. Luego, al retirar el comprobante, apareció que su saldo es $134 567. ¿Cuánto dinero tenía en su cuenta antes de realizar el giro?

R: _____

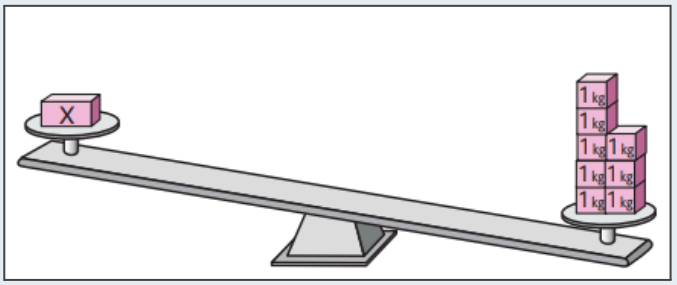
89 A Daniela le faltan $25 000 para comprar una computadora nueva. Si el precio de este artículo es $340 990, ¿cuánto dinero tiene ahorrado?

R: _____

Inecuaciones

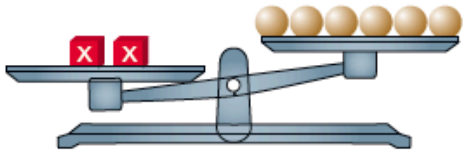
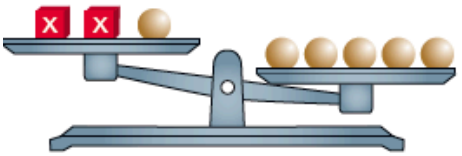
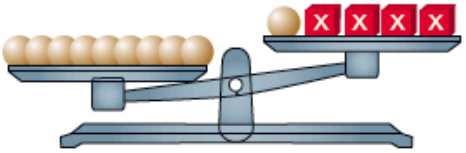
Una inecuación es una desigualdad en que hay términos desconocidos o incógnitas al igual que las ecuaciones, pero en este caso la balanza está en desequilibrio, por lo que uno de los dos lados tiene mayor valor que otro.

Se utiliza > , < o ≥ , ≤

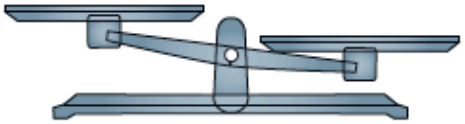
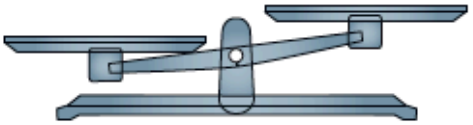


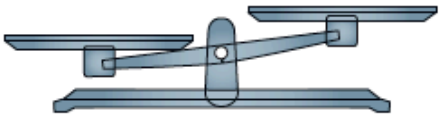
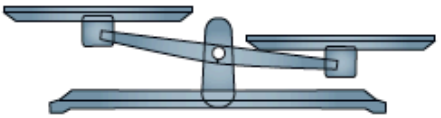
*Resolver una inecuación consiste en determinar todos los valor de que puede tomar la incógnita

90 Identifique cada inecuación representada en cada balanza:

Balanza	Inecuación
	
	
	

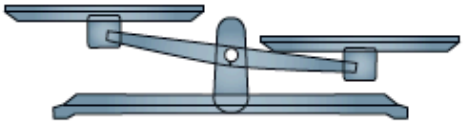
91 Representa con las balanzas las siguientes inecuaciones y resuélvelas

$x + 5 < 12$	$15 + x > 25$
	
Resolución:	*Resolución:*

$6x > 24$	$8 + x < 4 + 3x$
	
Resolución:	*Resolución:*

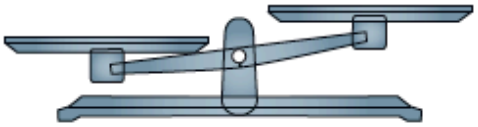
92 Resuelve los siguiente ejercicios: representando la inecuación en la balanza y luego encuentra los valores x

a) $3 + x < 9$



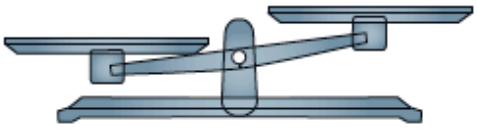
Respuesta: _____

b) $6 + x > 24$



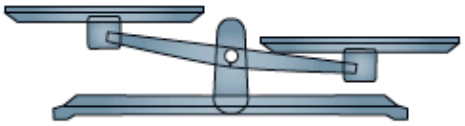
Respuesta: _____

c) $4 - x > 8$



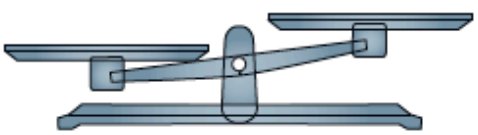
Respuesta: _____

d) $3 + x \leq 12 + 3$



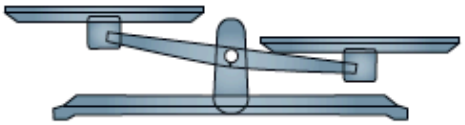
Respuesta: _____

e) $4 - x \geq 10$



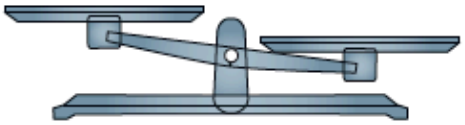
Respuesta: _____

f) $10 + x \leq 24$



Respuesta: _____

g) $22 - x \leq 13$



Respuesta: _____

93 Resuelva las siguientes inecuaciones:

a) 5 + x > 15	b) m + 3 > 4
c) m - 77 > 77	d) x + 3 > 9
e) x - 28 > 0	f) g + 1> 21

g) $x + 16 > 30$	h) $34 + x > 68$
i) $2x \leq 26$	j) $39x > 78$
k) $100 > 25y$	l) $4a \geq 16$

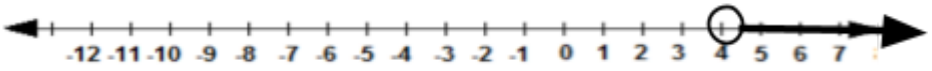
Expresar soluciones de inecuaciones en rectas

Para expresar todas las soluciones que pueda tomar x en una inecuación utilizaremos una recta.

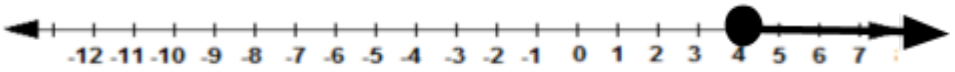
1. Posiciónate en el valor de x > o < a el número.
2. Posiciona la flecha hacia los valores que SÍ puede tomar x.
3. Completa el círculo en caso de que SÍ incluya el número ($\geq$ ó $\leq$

Ejemplo:

$x > 4$



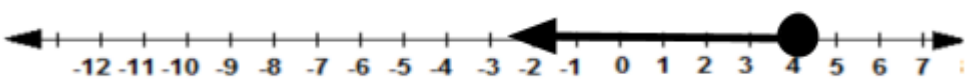
$x \geq 4$



$x < 4$

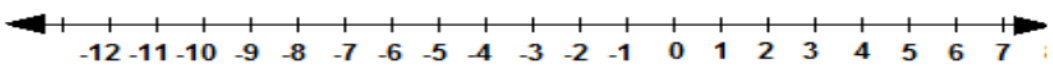


$x \leq 4$



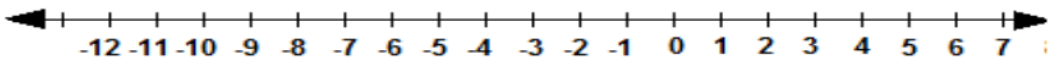
94 Exprese las soluciones que puede tomar x en cada inecuación a través de la recta numérica:

$x \leq 5$



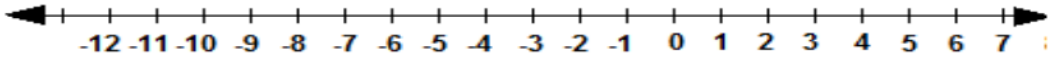
¿Qué valores puede tomar x? _____

$x > 9$



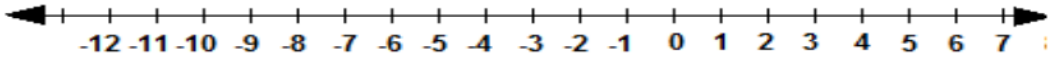
¿Qué valores puede tomar x? _____

$x \geq 7$



¿Qué valores puede tomar x? _____

$x < 6$



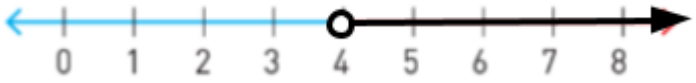
¿Qué valores puede tomar x? _____

95 Observe cada recta numérica e indique qué inecuación está representada:



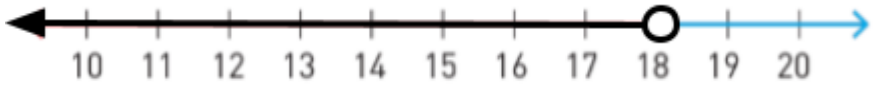
Inecuación: _____

¿Qué valores puede tomar x? _____



Inecuación: _____

¿Qué valores puede tomar x? _____



Inecuación: _____

¿Qué valores puede tomar x? _____

Expresar soluciones de inecuaciones en conjuntos

Para expresar todas las soluciones que puede tomar x en una inecuación podemos utilizar los denominados conjuntos, en donde:

$x > 1$ $]1, \infty+ [$	$x < 1$ $]-\infty,1[$
$x \geq 1$ $[1, \infty+ [$	$x \leq 1$ $]-\infty,1]$

*Lo importante es posicionar los corchetes hacia adentro si los incluye o hacia afuera en caso de no incluirlos. Ej: x > 3]3, ∞+ [

96 Exprese las soluciones que puede tomar x en cada inecuación a través del uso de conjuntos:

a) $x \geq 8$	b) $x \leq 10$
c) $x \geq 3$	d) $x < 4$
e) $x > 12$	f) $x \leq 2$

Resuelven problemas a través de una inecuación simple en un contexto dado.

97 Plantee la inecuación correspondiente completando la tabla:

Situación	Incógnita	Inecuación
La edad de María más 2 es mayor a 10 **¿Qué edades puede tener María?**	x=	
Las edades de padre y un hijo suman menos que 40 años. Si la edad del hijo es **10, ¿Qué edades puede tener el padre?**	x=	
Si un cuaderno cuesta menos de $500, **¿Cuánto cuestan 5 cuadernos aproximadamente?**	x=	
Andrés tiene más de 5 gatos. **¿Cuántos gatos tendría aproximadamente si a esa cantidad se le suman 2?**	x=	

98 Don Carlos quiere poner una reja en todo su terreno con tres vueltas de alambre. Si en total dispone menos de 360 m de alambre**,** ¿Cuánto alambre se necesitaría por vuelta **aproximadamente**?

Inecuación:

99 La suma entre un número y su sucesor es menor a 13, ¿Qué valores puede tomar el número?

Inecuación:

100 La suma de tres números consecutivos debe ser menor a 981. ¿Cuáles podrían ser estos números?

Inecuación:

101 Un triángulo isósceles, el largo de un triángulo es el doble que el ancho y el perímetro del triángulo es menor a 40 ¿Qué valores puede tener el ancho?

Inecuación:

102 Martín tiene 5 años más que Agustina y Carolina tiene el doble de Agustina. Todos juntos suman menos de 85 años ¿Cuál es la posible edad de Agustina?

Inecuación:

103 La suma de tres números consecutivos es menor a 162, ¿Cuáles son los posibles números?

Inecuación:

Unidad 5: Ángulos

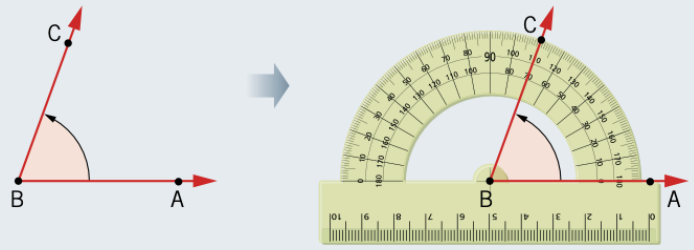
Identificar y medir ángulos

Para **medir** un ángulo, se puede utilizar un **transportador**.

Un ángulo se mide en el sentido contrario al de las manecillas del reloj, siguiendo este procedimiento:

- Se hace coincidir el vértice del ángulo con el centro de la base del transportador y ese mismo lado con 0°.
- Se identifica en el transportador la medida, en grados, que coincide con el otro lado del ángulo.

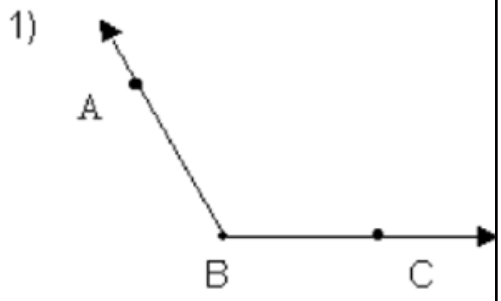
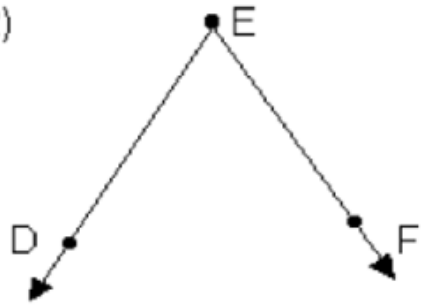
Ejemplo: para saber la medida del ángulo ABC o m(∢ABC), se tiene lo siguiente:



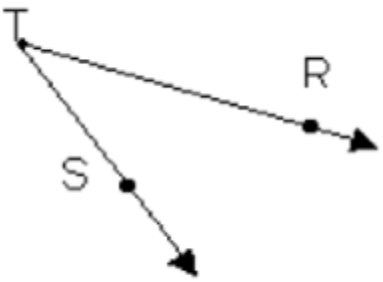
Por lo tanto, la medida del ángulo ABC es 70° o m(∢ABC) = 70°.

1

En los siguiente ángulos, dibuja el ángulo correspondiente en los puntos marcados, luego mide y escribe la medida de los ángulos con el transportador:

1)  Nombre $\angle \rightarrow$ *<ABC* Mide: _____	2)  Nombre $\angle \rightarrow$ _____ Mide: _____

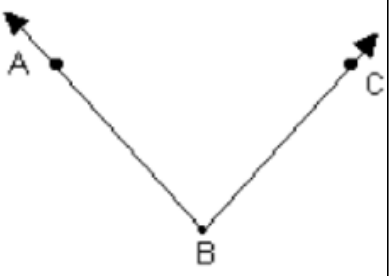
3)



Nombre $\overleftrightarrow{\quad}$ _____

Mide: _____

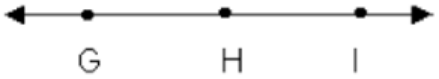
4)



Nombre $\overleftrightarrow{\quad}$ _____

Mide: _____

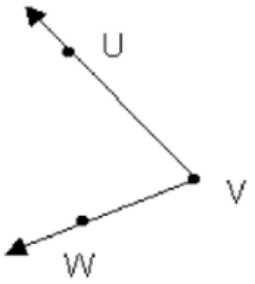
5)



Nombre $\overleftrightarrow{\quad}$ _____

Mide: _____

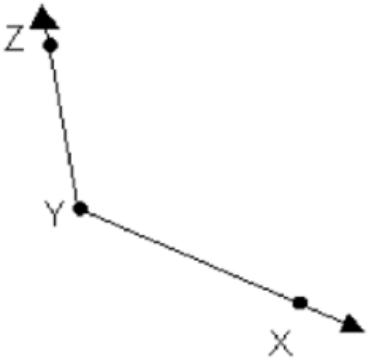
6)



Nombre $\overleftrightarrow{\quad}$ _____

Mide: _____

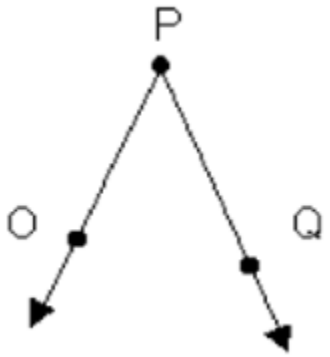
7)



Nombre $\overleftrightarrow{\quad}$ _____

Mide: _____

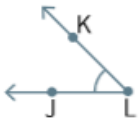
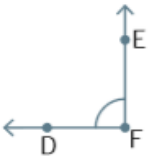
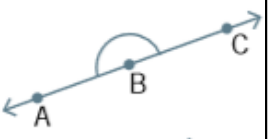
8)



Nombre $\overleftrightarrow{\quad}$ _____

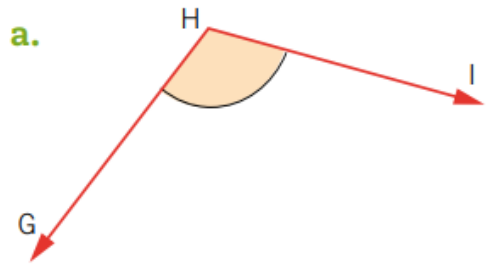
Mide: _____

Clasificar ángulos

Tipos de ángulos			
Agudo	Recto	Obtuso	Extendido
			

2 Mida y clasifique los ángulos

a.

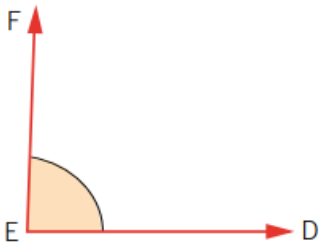


Nombre <: _____

Mide: _____

Tipo de ángulo: _____

b.

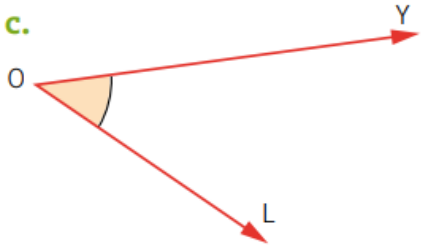


Nombre <: _____

Mide: _____

Tipo de ángulo: _____

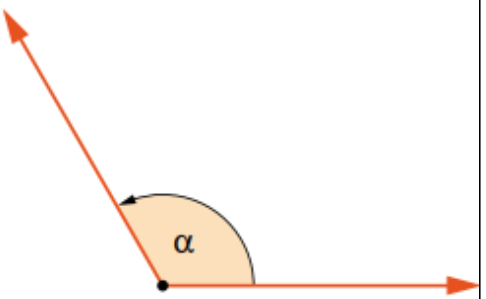
c.



Nombre <: _____

Mide: _____

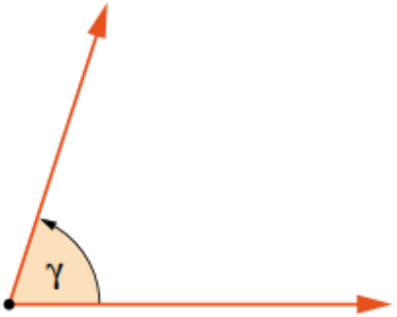
Tipo de ángulo: _____



Nombre <: _____

Mide: _____

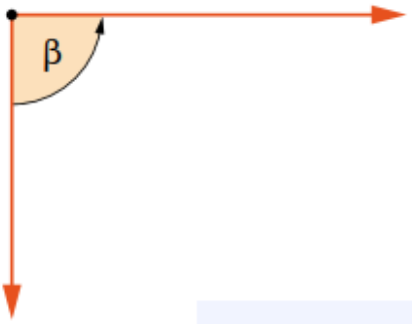
Tipo de ángulo: _____



Nombre <: _____

Mide: _____

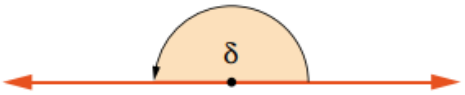
Tipo de ángulo: _____



Nombre <: _____

Mide: _____

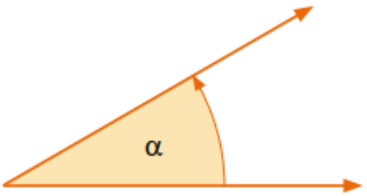
Tipo de ángulo: _____



Nombre <: _____

Mide: _____

Tipo de ángulo: _____



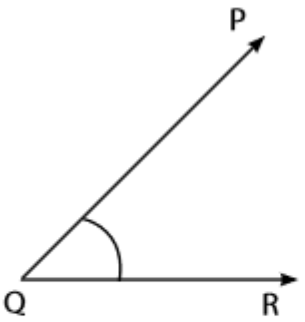
Nombre <: _____

Mide: _____

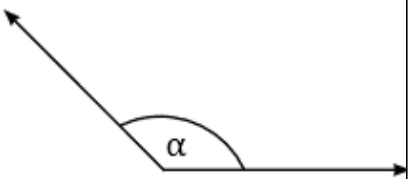
Tipo de ángulo: _____

Estimar la medida de un ángulo

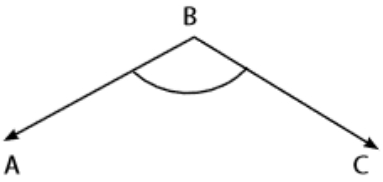
3 Sin medir, observe cada ángulo y complete con “más” o “menos” en cada caso:



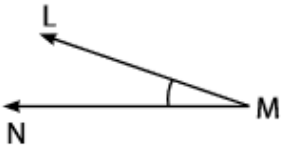
∢ PQR mide _____ de 90°



∢ α mide _____ de 180°

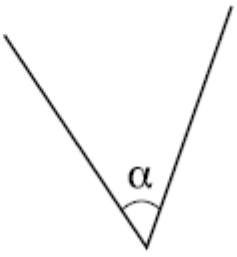


∢ ABC mide _____ de 90°



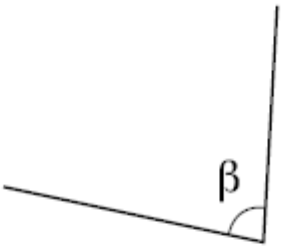
∢ LMN mide _____ de 1°

4 Estime la medida de los siguientes ángulos y luego mídalos.



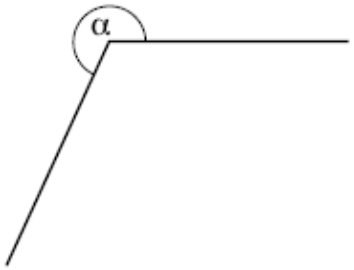
Estimación: _____

Medida: _____



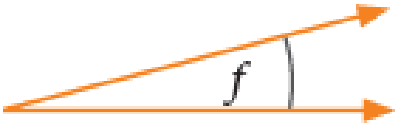
Estimación: _____

Medida: _____



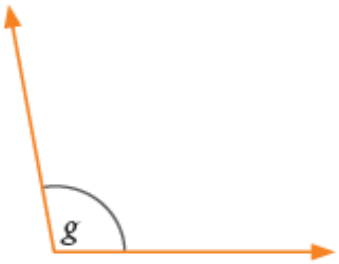
Estimación: _____

Medida: _____



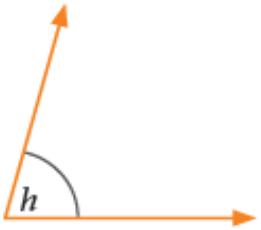
Estimación: _____

Medida: _____



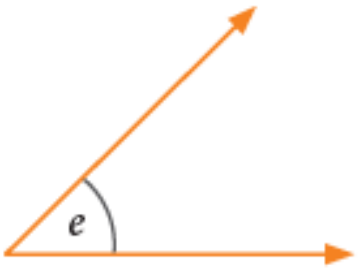
Estimación: _____

Medida: _____



Estimación: _____

Medida: _____



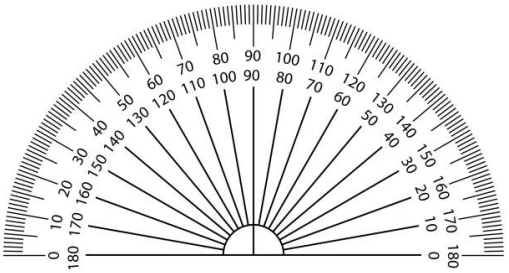
Estimación: _____

Medida: _____

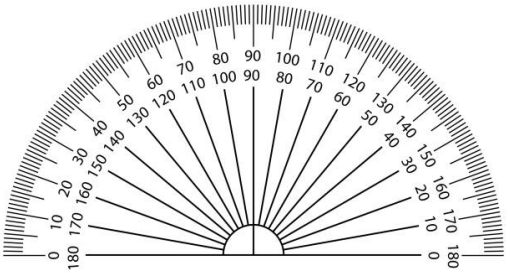
Construir ángulos

5 Represente el ángulo solicitado en cada transportador

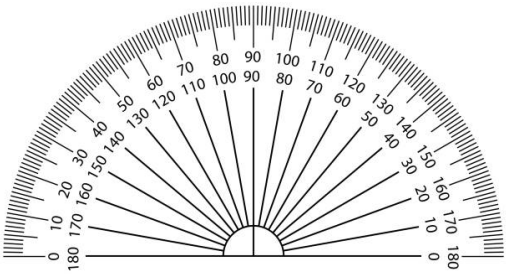
a) Ángulo de 20°



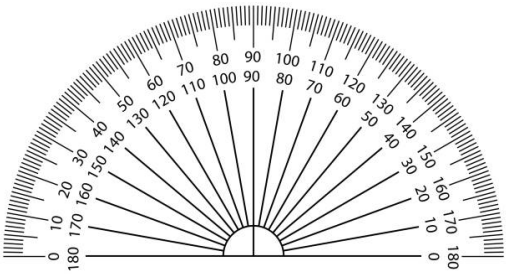
b) Ángulo de 109°



c) Ángulo de 54°



d) Ángulo de 160°



6 Construya los siguientes ángulos con los rayos dados:

1.

$\sphericalangle\alpha = 60^{\circ}$

2.



$\sphericalangle\beta = 80^{\circ}$

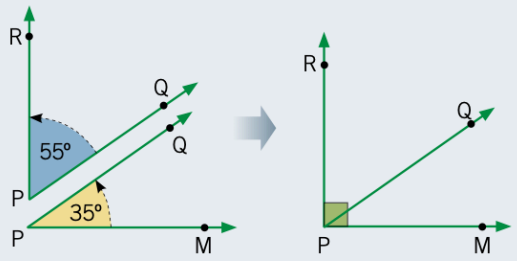
7 Construye un ángulo con regla y transportador, utilizando el rayo dado como uno de sus lados:

∢ ABC de modo que m(∢ ABC) = 25º. 	∢ DEF de modo que m(∢ DEF) = 75º. 
∢ XYZ de modo que m(∢ XYZ) = 110º. 	∢ GHI de modo que m(∢ GHI) = 55º. 

Ángulos complementarios y suplementarios

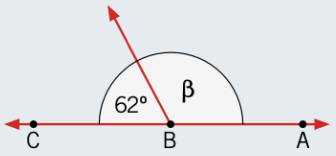
Dos ángulos son **complementarios** si la suma de sus medidas es igual a **90°**.

Ejemplo: si m(∢MPQ) = 35° y ∢QPR es complementario al ∢MPQ, ¿cuál es la medida del ∢QPR?
La suma de sus medidas es 90°, entonces:
m(∢QPR) = 90° – 35° = 55°.



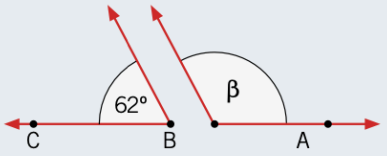
Dos ángulos son **suplementarios** si la suma de sus medidas es igual a **180°**.

Ejemplo: si ∢ABC es extendido, ¿cuál es la medida de β?

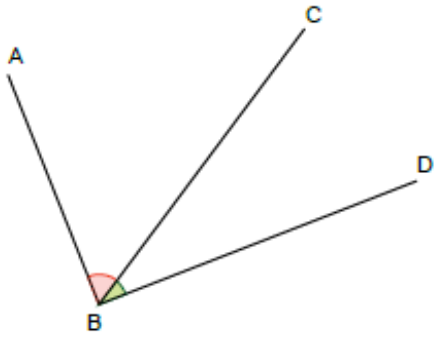


La medida del ángulo β es 118°, ya que:

β = 180° – 62° = 118°



8 Observa los siguientes ángulos:



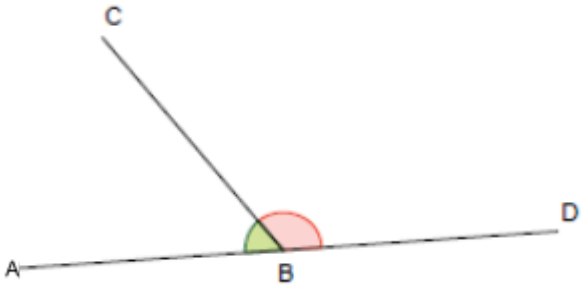
a) Mide el <CBA _____

b) Mide el <DBC _____

c) ¿Cuánto mide el ángulo que corresponde a la suma de <CBA y <DBC? _____

d) ¿Cómo se llaman estos ángulos? _____

9 Observa los siguientes ángulos:



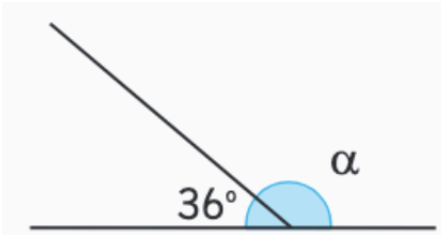
a) Mide el <CBA _____

b) Mide el <DBC _____

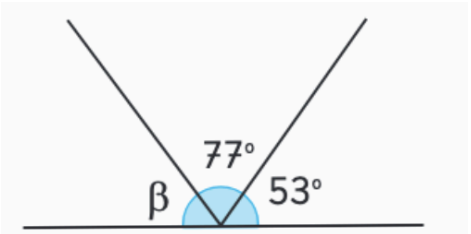
c) ¿Cuánto mide el ángulo que corresponde a la suma de <CBA y <DBC? _____

d) ¿Cómo se llaman estos ángulos? _____

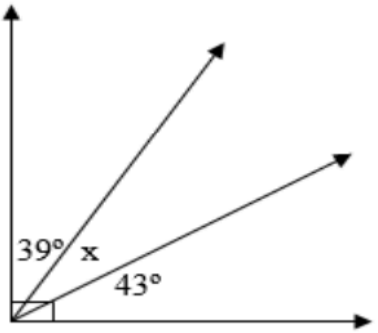
10 Calcule el valor de la incógnita en cada caso:



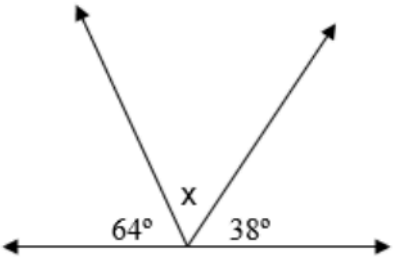
α = _____



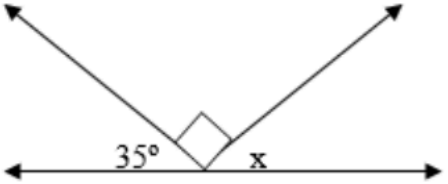
β = _____



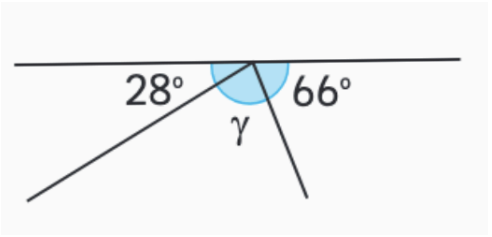
χ = _____



χ = _____

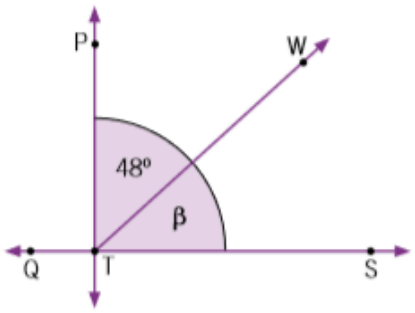


χ = _____



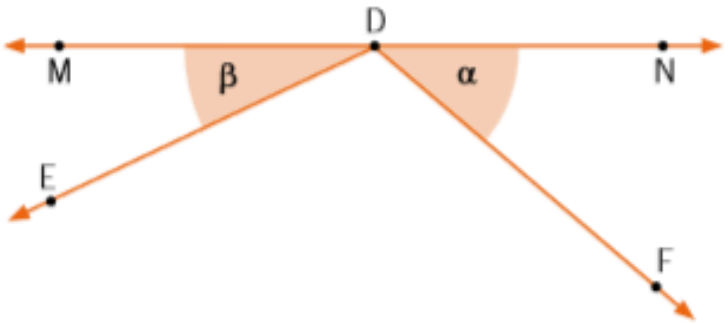
γ = _____

11 Si el ángulo STP es recto, ¿Cuánto mide β ?



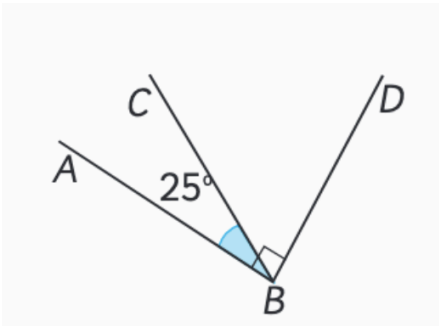
β = _____

12 En la recta MN que contiene el punto D, se sabe que $\alpha = 40°$ y $\beta = 25°$ ¿Cuál es la medida del ángulo EDF?



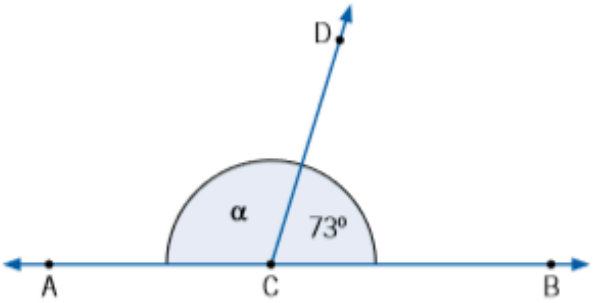
<EDF = _____

13 Si el ángulo DBA es recto, ¿Cuánto mide DBC ?



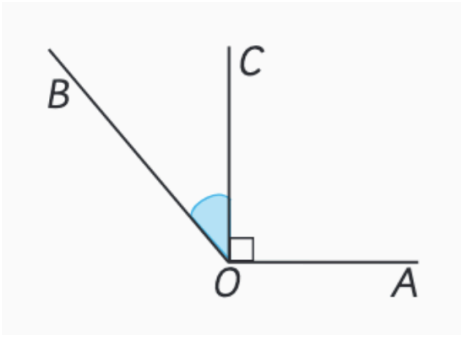
DBC = _____

14 La recta AB se intersecta con el rayo CD en el punto C. ¿Cuál es la medida de α ?



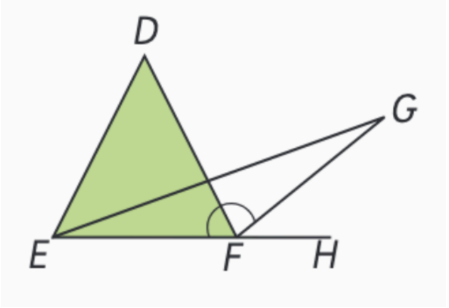
α = _____

15 Si el ángulo AOB mide 134° y el ángulo AOC es recto, ¿Cuánto mide COB ?



<COB = _____

16 Si <DFE =60° y <GFE = 144°



<GFD = _____
<HFG = _____

17 Complete con la medida solicitada en cada caso:

a) El complemento de 65°→ _____

b) El suplemento de 128° → _____

c) El complemento de 80° → _____

d) El suplemento de 60° → _____

Cálculos:

18 Complete la tabla con la información solicitada:

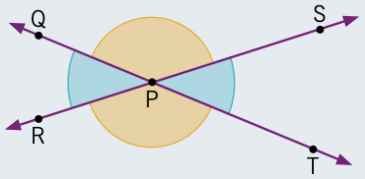
Ángulo	Complemento	Suplemento
	45°	
		70°
103°		

Cálculos

Ángulos opuestos por el vértice

Dos ángulos son **opuestos por el vértice** si las prolongaciones de sus lados corresponden a los lados del otro ángulo.

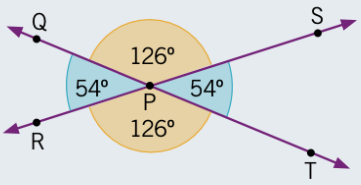
Cuando dos ángulos son opuestos por el vértice tienen **igual medida**.



Los ángulos opuestos por el vértice son:

∢TPS y ∢QPR ; ∢SPQ y ∢RPT

Ejemplo:

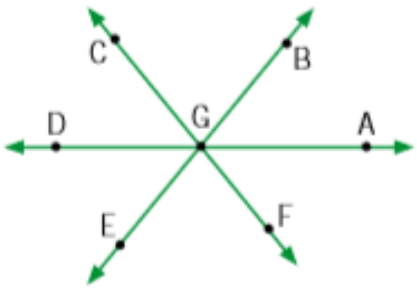


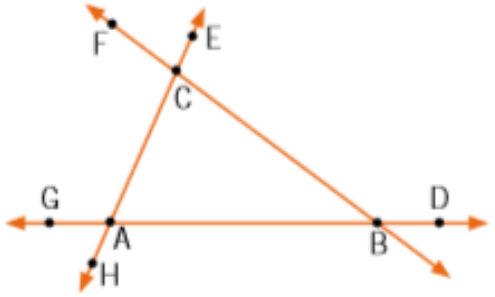
El ∢QPR es opuesto por el vértice con el ∢TPS. Por lo tanto, m(∢QPR) = 54°. Además, el ∢SPQ es suplementario al ∢TPS, es decir, m(∢SPQ) = 126°. Luego, el ∢RPT es opuesto por el vértice con el ∢SPQ, es decir, m(∢RPT) = 126°.

19

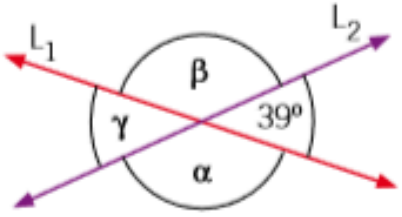
➔ Marque con rojo 2 pares de ángulos opuestos por el vértice

➔ Marque con azul 2 pares de ángulos suplementarios

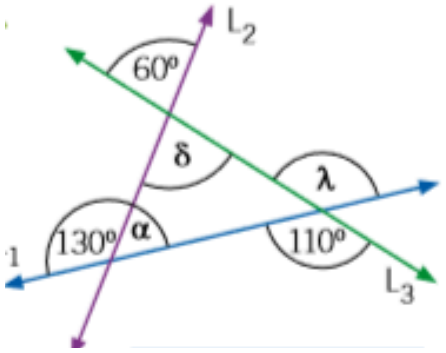




20 Complete con las medidas de los ángulos solicitados:

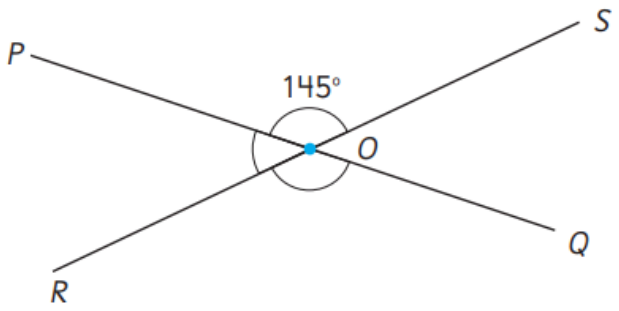


α = ____ β = ____ γ = ____



α = ____ δ = _____ λ = ___

21 ¿Cuánto mide <POR, <ROQ y <POQ?



<POR =_____

<ROQ = _____

<POQ =_____

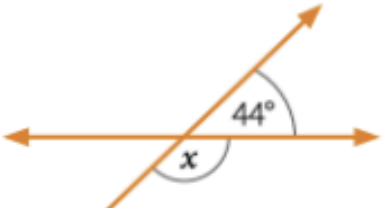
22 Encuentre el valor de x en cada caso:



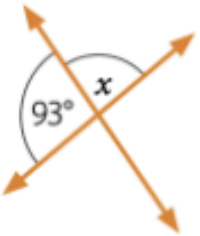
χ = _____



χ = _____



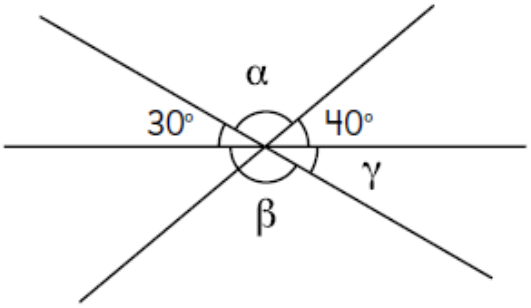
χ = _____



χ = _____

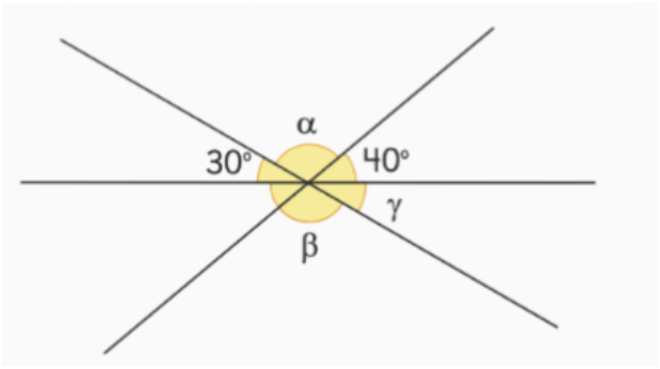
Cálculos

23 Encuentre las medidas de los ángulos que se solicitan:



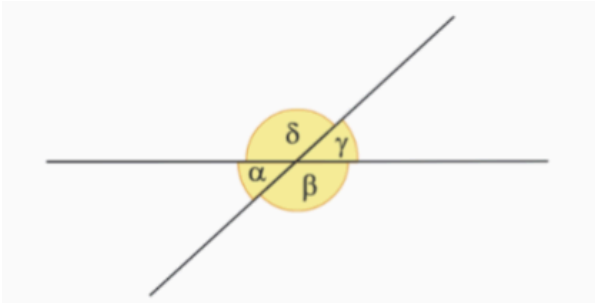
α = _____ β = _____ γ = _____

24 Encuentre las medidas de los ángulos que se solicitan:



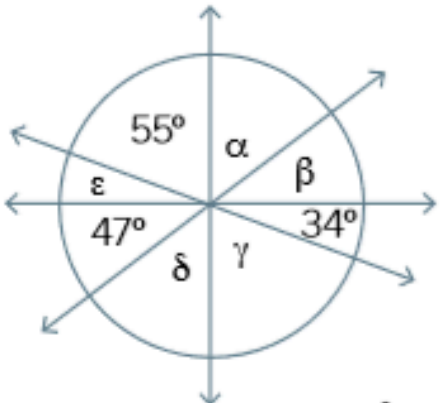
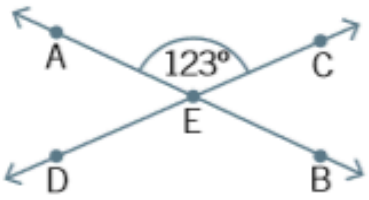
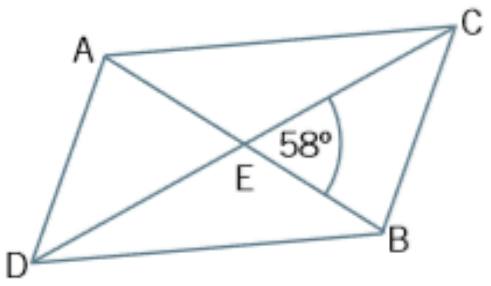
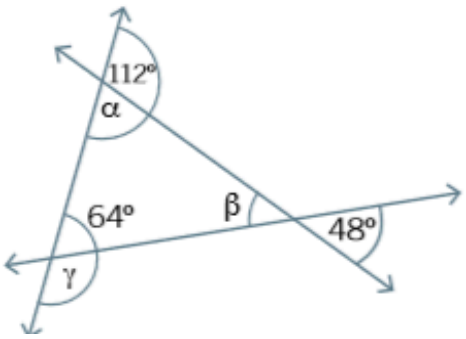
α = _____ β = _____ γ = _____

25 En la siguiente figura, si el ángulo α mide 40°, ¿Cuánto miden los demás ángulos?



α = _____ β = _____ γ = _____ δ = _____

26 Determine las medidas de los ángulos solicitados en cada caso:

	α = ____ β = ____ γ = _____ δ = ____ ϵ = ____
	m(∢BEC) = m(∢DEB) =
	m(∢AED) = m(∢CEA) =
	α = ____ β = ____ γ = _____

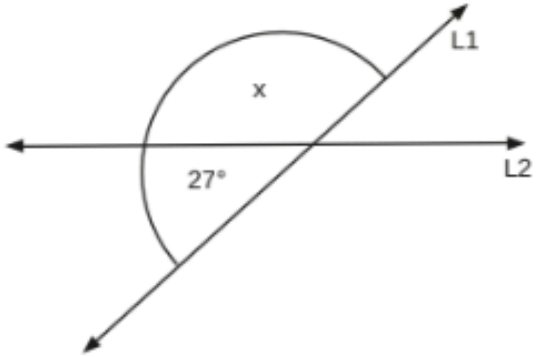
27 En el siguiente reloj, sus dos manecillas se intersectan formando los ángulos J, K, L y M



¿Qué opción muestra dos ángulos opuestos por el vértice?

a) M y K
b) M y L
c) K y J
d) L y K

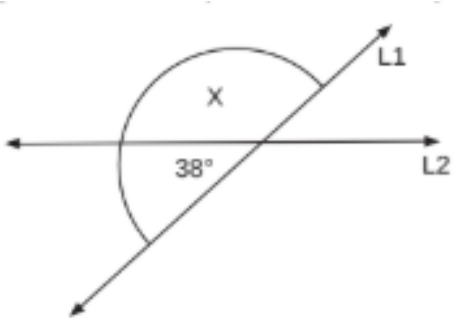
28 Observa los ángulos formados por las rectas L1 y L2:



¿Cuánto mide el ángulo x?

a) 27°
b) 54°
c) 63°
d) 153°

29 Observa los ángulos formados por las rectas L1 y L2:



¿Cuánto mide el ángulo x?

a) 38°
b) 52°
c) 76°
d) 142°

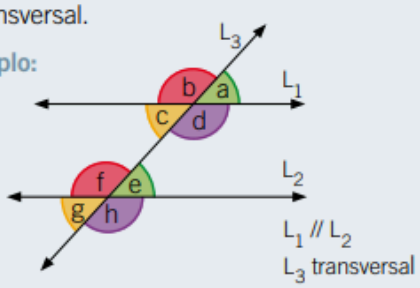
Ángulos entre paralelas cortadas por una transversal

Una recta **transversal** es aquella que intersecta a 2 o más rectas. Si una recta transversal **intersecta a un par de rectas paralelas** se tiene lo siguiente:

Ángulos correspondientes

Son aquellos que tienen **igual medida** y ocupan la misma posición con respecto a la transversal.

Ejemplo:



Estos son:

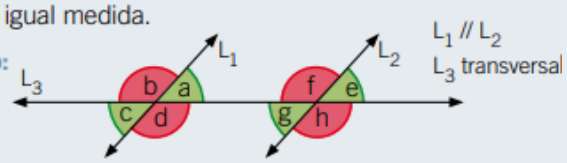
∢a y ∢e ∢b y ∢f ∢c y ∢g ∢d y ∢h

Ángulos alternos: internos y externos

Alternos internos: son aquellos que se encuentran al interior de las rectas paralelas con respecto a la transversal y tienen igual medida.

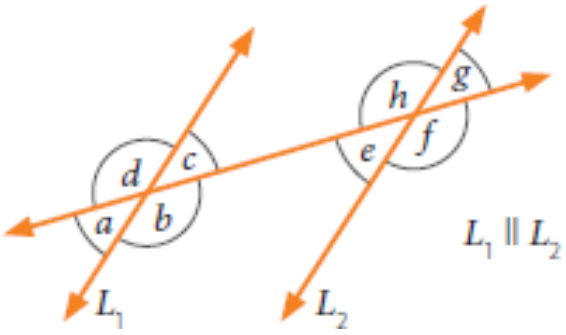
Alternos externos: son aquellos que se encuentran al exterior de las rectas paralelas con respecto a la transversal y tienen igual medida.

Ejemplo:



- Los ángulos alternos internos son: ∢d y ∢f; ∢a y ∢g.
- Los ángulos alternos externos son: ∢b y ∢h; ∢c y ∢e.

30 Observe los siguientes ángulos generados por dos rectas paralelas:



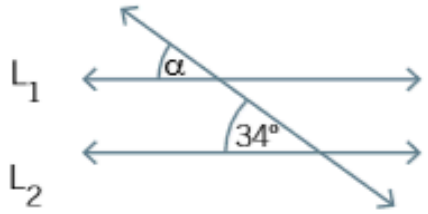
Identifique coloreando del mismo color si los ángulos son correspondientes, alternos internos o alternos externos y luego complete la oración:

a) d y h son _____

b) b y h son _____

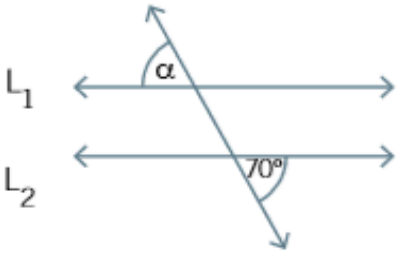
c) d y f son _____

31 Considerando en cada caso que L1 // L2 determina la medida de α y justifique



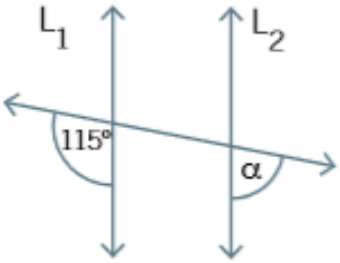
α = _____

Porque son <s _____



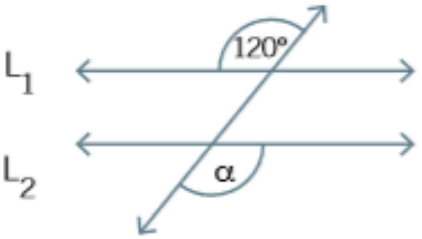
α = _____

Porque son <s _____



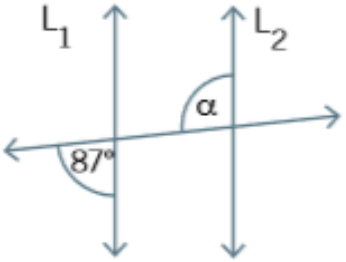
α = _____

Porque son <s _____



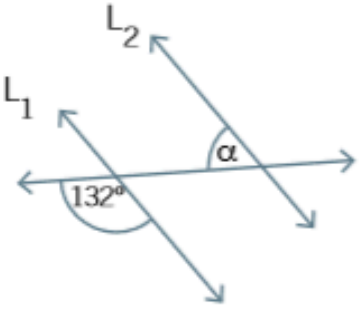
α = _____

Porque son <s _____



α = _____

Porque son <s _____

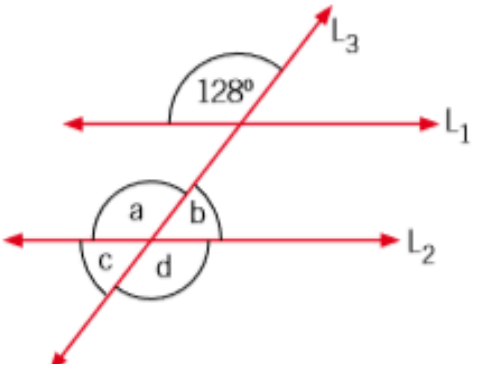


α = _____

Porque son <s _____

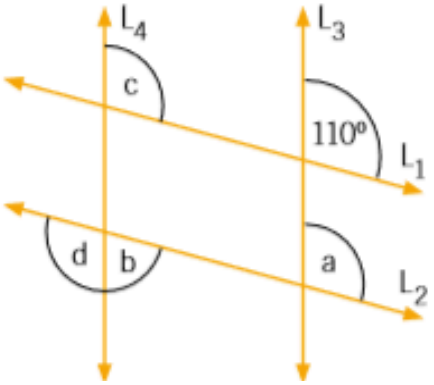
32 Calcule el valor de los ángulos solicitados

En la figura L1 // L2



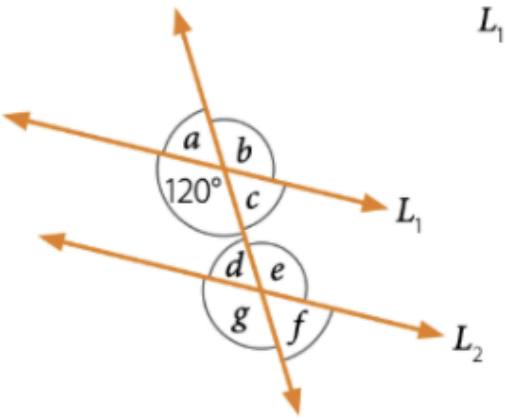
a = _____ b = _____ c = _____ d= _____

En la figura L1 // L2 y L3 // L4:



a = _____ b = _____ c = _____ d = _____

33 Observe la imagen y complete con la información solicitada:



$a = _____$

$b = _____$

$c = _____$

$d = _____$

$e = _____$

$f = _____$

$g = _____$

$a + b + c + 120° = _____$

Unidad 6: Triángulos y cuadriláteros

Ángulos interiores en triángulos ¿Cuánto miden?

¡Averigüémoslo!

Materiales:

1. Hoja de papel
2. Lápiz y tijeras
3. Regla

Parte 1 → Construcción

1. Dibuja un triángulo cualquiera en tu hoja (puede ser grande).
2. Marca sus tres ángulos con letras: A, B y C.
3. Recorta el triángulo.

Parte 2 → Exploración

4. Recorta o dobla las tres puntas (los ángulos A, B y C).
5. Junta las tres puntas en un mismo punto, colocándolas una al lado de la otra.

Responda: ¿Qué forma se genera al unir los tres ángulos?

_____

_____

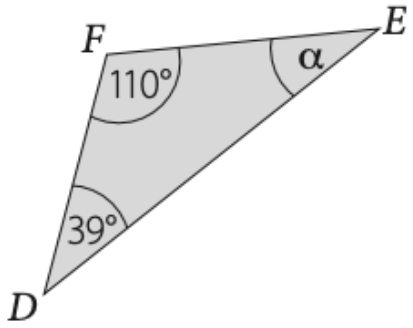
Conclusión

a) Los tres ángulos, ¿forman una línea recta? _____

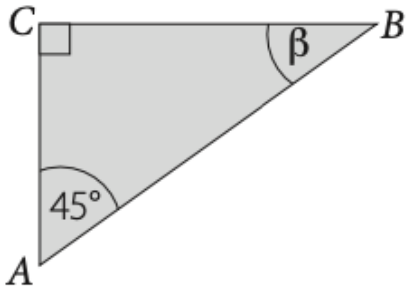
b) ¿Cuánto mide el ángulo de una línea recta? _____

→ Entonces, ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un triángulo?

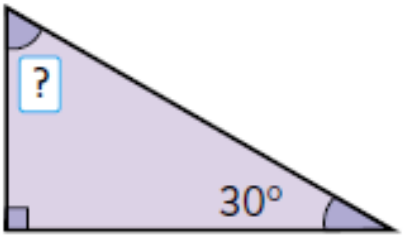
1 Identifica el valor de la incógnita:



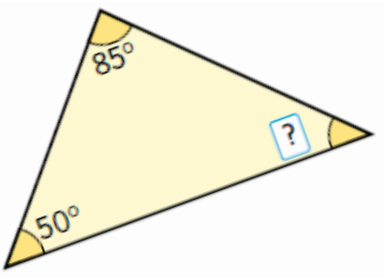
α = _____



β = _____



? = _____



? = _____

2 Evalúe si los ángulos interiores de un triángulo pueden tener las medidas indicadas.
Escriba Sí o No.

a)

40°, 40° y 100°.

▶ _____

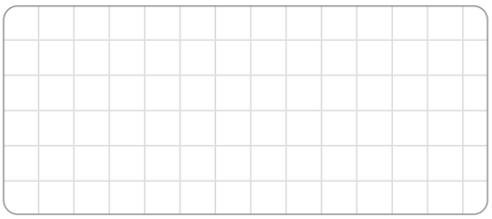
b)

20°, 40° y 120°.

▶ _____

c)

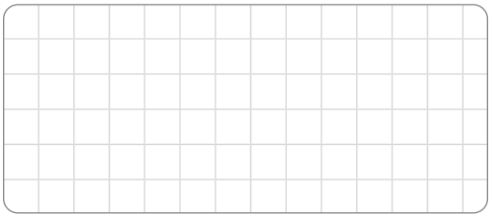
45°, 45° y 85°.



▶ _____

d)

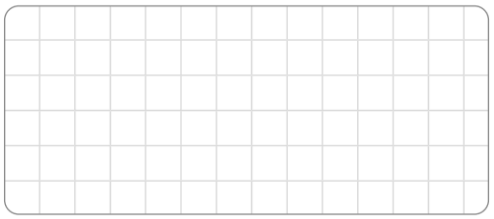
30°, 60° y 90°.



▶ _____

e)

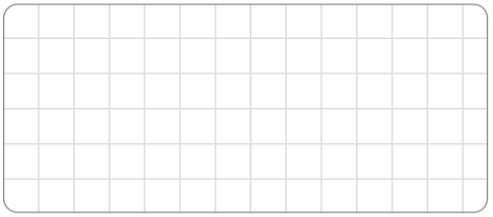
15°, 80° y 80°.



▶ _____

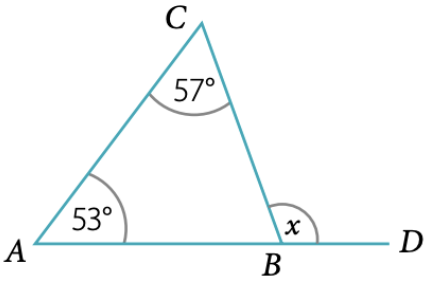
f)

130°, 10° y 40°.



▶ _____

3 Observa la imagen y responde las preguntas a continuación:



a) ¿Cuál es el valor de x?

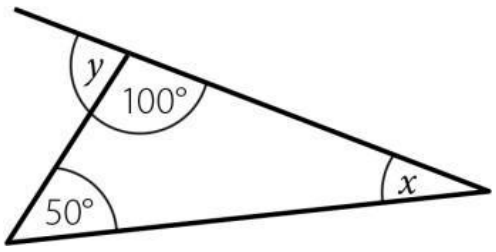
b) ¿Qué regla podrías establecer para calcular un ángulo exterior de un triángulo?

c) ¿Cuánto miden los otros dos ángulos exteriores?

d) ¿Cuánto suman los tres ángulos exteriores de un triángulo?

4 Resuelva los siguientes ejercicios identificando el valor de cada incógnita:

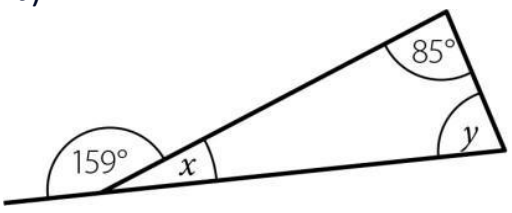
a)



$\chi =$

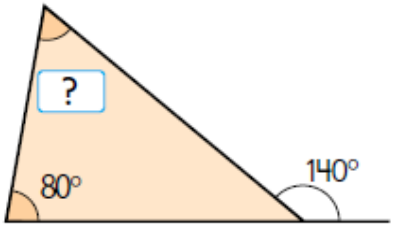
$y =$

b)



$\chi =$

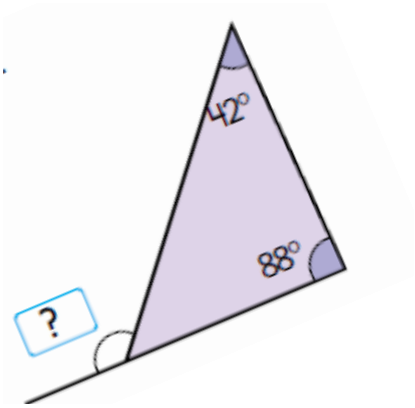
$y =$



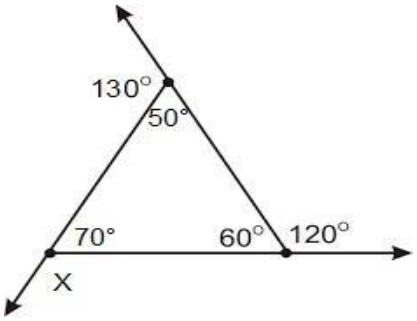
? =



? =

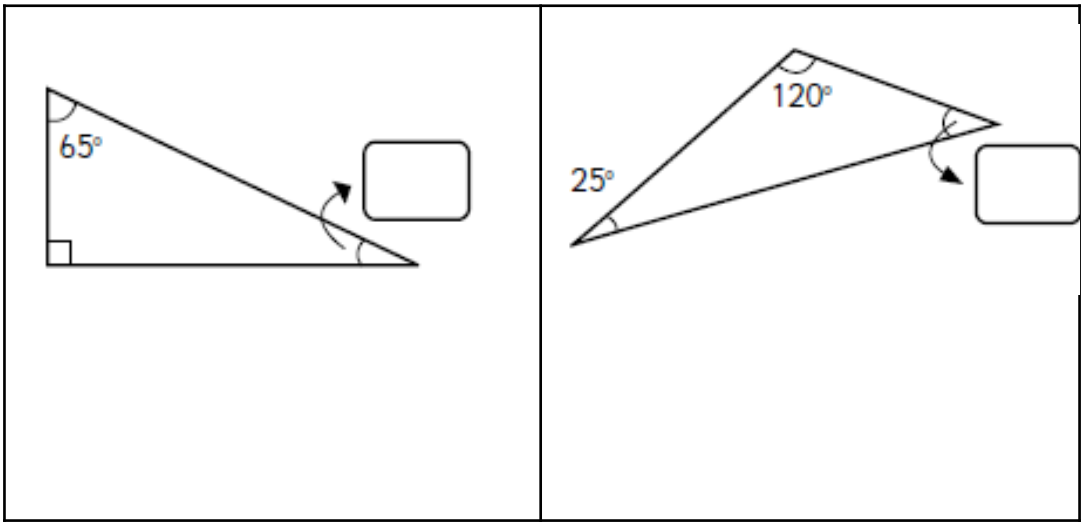


? =



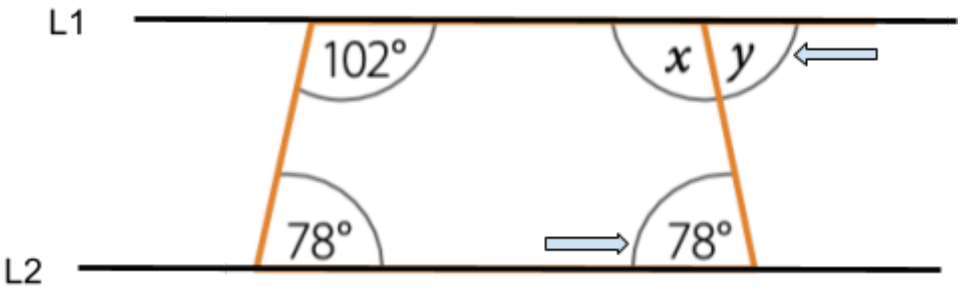
χ =

5 Calcule la medida de los ángulos desconocidos



Ángulos en un cuadrilátero

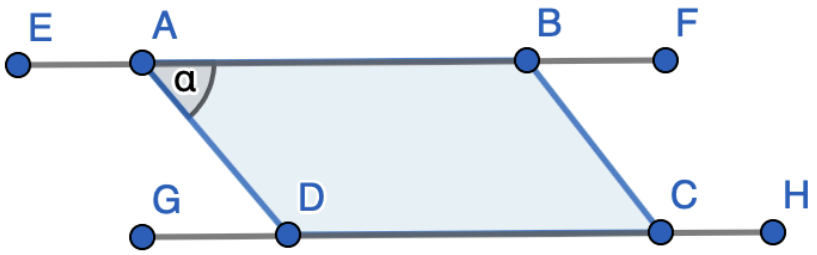
Para identificar el valor de las incógnitas en un cuadrilátero:



1) Prolongar rectas paralelas:
   a) L1 y L2 → Rectas paralelas
2) Identificar ángulos que tienen igual medida:
   a) Y = _____ → alternos internos
   b) X + Y = _____ → ángulos suplementarios
   c) X + 78° = _____
   d) x = _____
3) Indicar medida incógnita

6 Marca con un lápiz de color las rectas paralelas e identifique los ángulos

a)



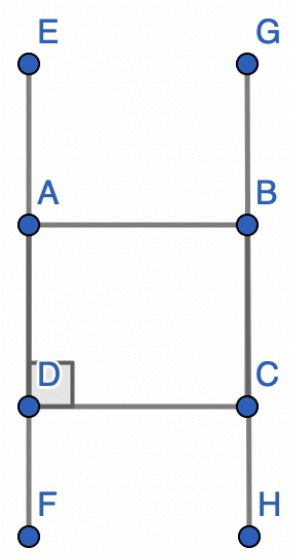
Si el ángulo $\alpha = 35°$, calcule el valor de:

< ADG = _____
< ABC = _____
< FBC = _____
< HCB = _____

b)

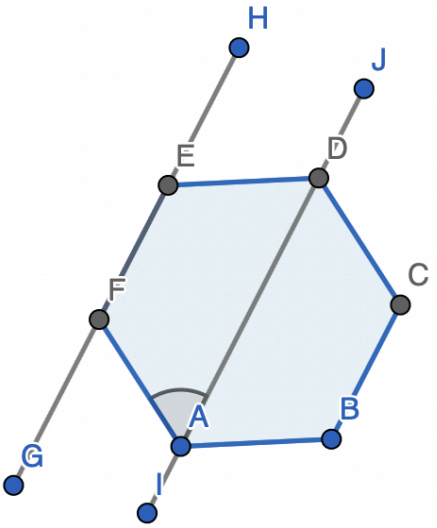
Si el ángulo $CDA = 90°$, calcule el valor de:

< GBA = _____
< EAB = _____
< FDC = _____
< HDC = _____



Si el ángulo $FAD = 60°$, calcule el valor de:

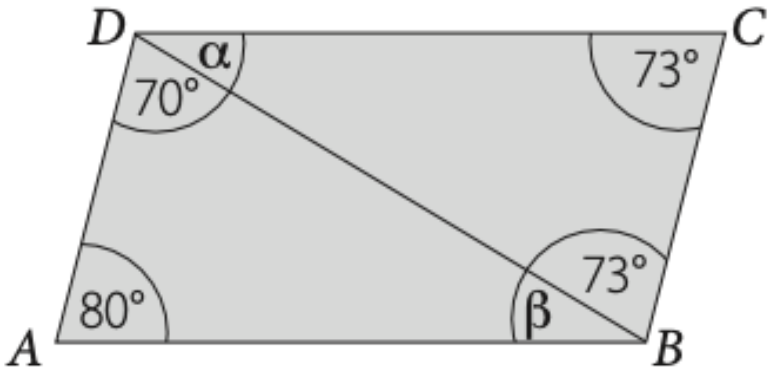
< FGA = _____
< IAF = _____
< DEH = _____
< ADC = _____



Ángulos interiores en cuadriláteros

Demostrando la suma de los ángulos interiores de un cuadrilátero:

1. Observe la siguiente figura compuesta por 2 triángulos Δ ABD y Δ BDC



2. Calcule el valor de cada incógnita

   α = _____

   β = _____

3. Responda: ¿Qué forma se genera al unir los dos triángulos?

   _____

   _____

4. **Conclusión**

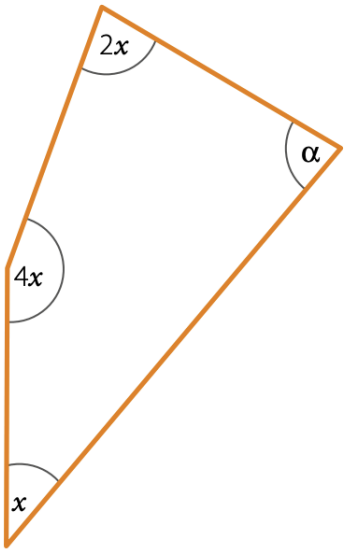
   ¿Cuánto mide los ángulos interiores de cada triángulo?

→ Entonces, ¿Cuánto suman los ángulos interiores de un cuadrilátero?

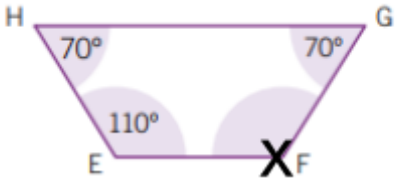
7 En la figura, el valor de $\alpha = 80°$

a) ¿Cuál es el valor de $x + 2x + 4x$?

b) ¿Cuál es el valor de los ángulos interiores de un cuadrilátero?

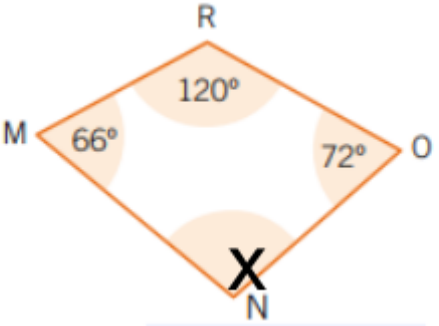


8 Identifica con rojo todas las rectas paralelas de la figura y luego indica la medida de los ángulos faltantes.



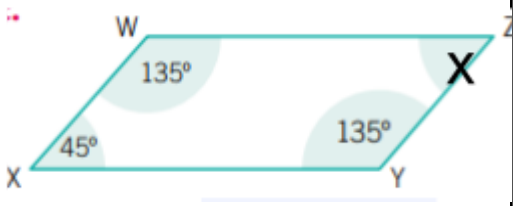
La medida del ángulo x es :

_____



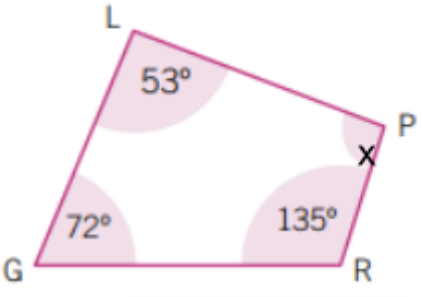
La medida del ángulo x es :

_____



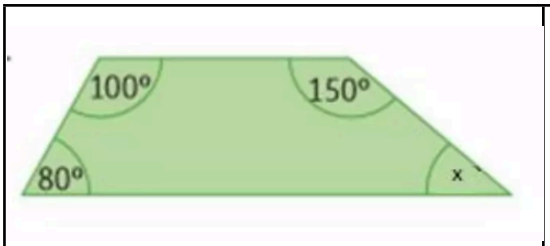
La medida del ángulo x es :

_____



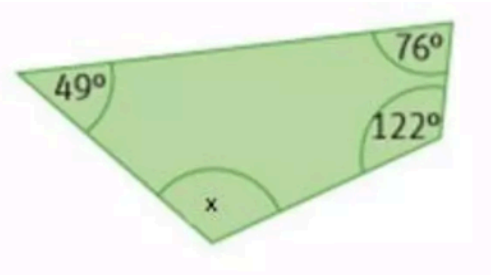
La medida del ángulo x es :

_____



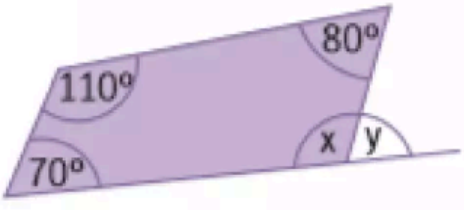
La medida del ángulo x es :

_____



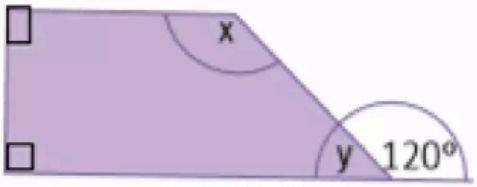
La medida del ángulo x es :

_____



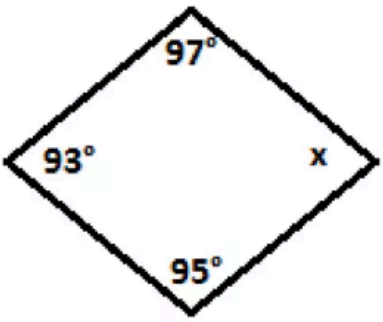
La medida del ángulo x es :

_____



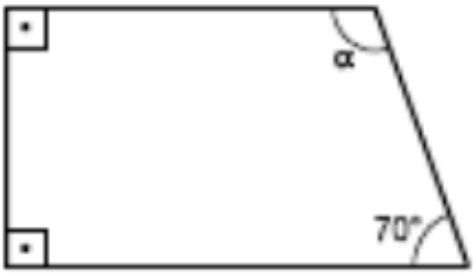
La medida del ángulo x es :

_____



La medida del ángulo x es :

_____

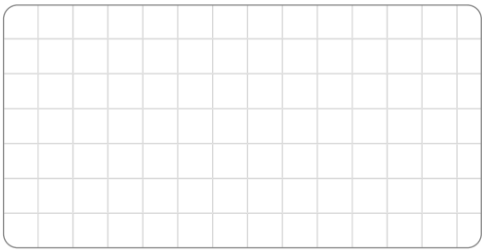


La medida del ángulo x es :

_____

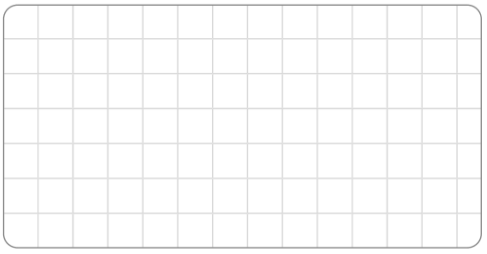
9 Evalúe si los ángulos interiores de un triángulo pueden tener las medidas indicadas. Escriba Sí o No.

a)
100°, 100°, 80° y 80°.



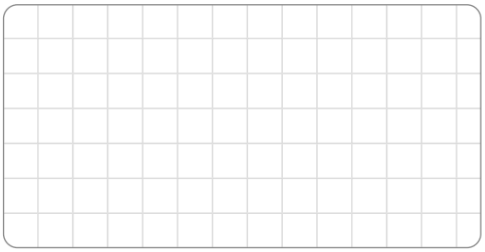
▶ _____

b)
20°, 40°, 120° y 100°.



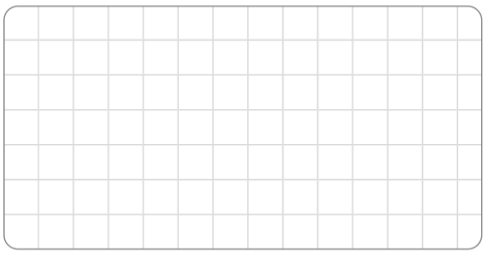
▶ _____

c)
30°, 60°, 90° y 120°.



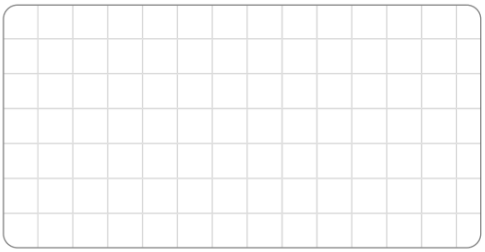
▶ _____

d)
90°, 90°, 90° y 90°.



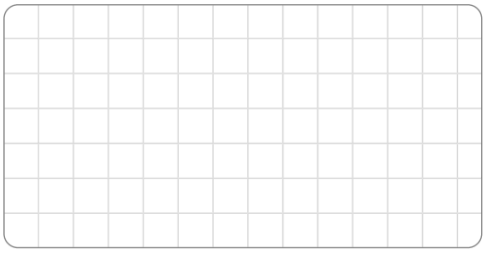
▶ _____

e)
60°, 100°, 150° y 50°.



▶ _____

f)
90°, 100°, 110° y 60°.



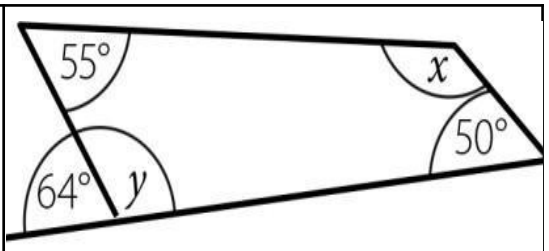
▶ _____

10 Calcule la medida de los ángulos desconocidos



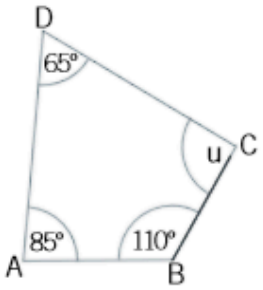
x = _____

y = _____

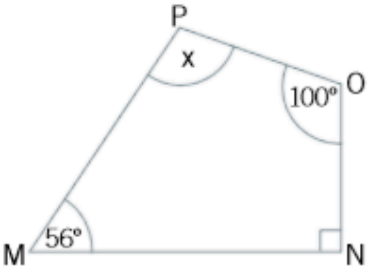


x = _____

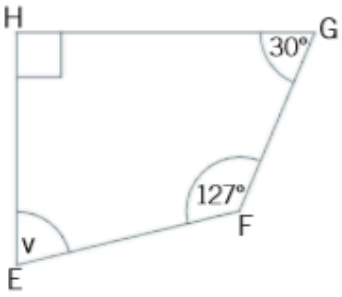
y = _____



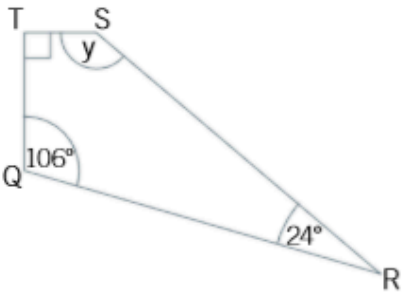
u = _____



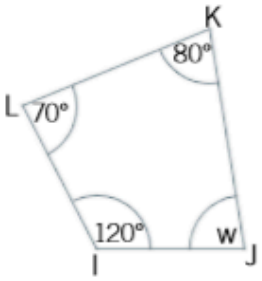
x = _____



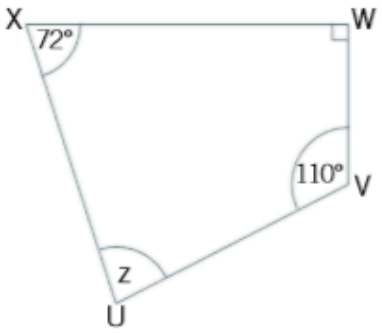
v = _____



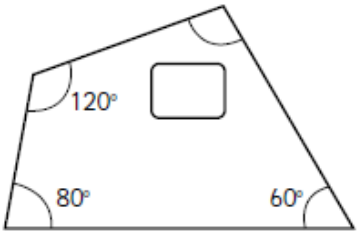
y = _____



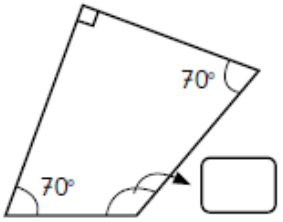
w = _____



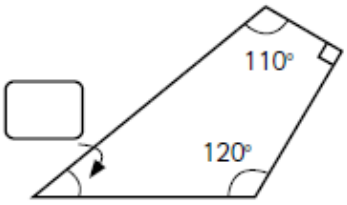
z = _____



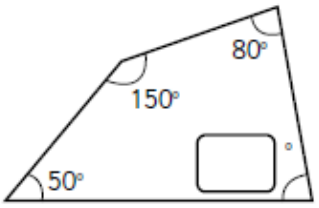
? = _____



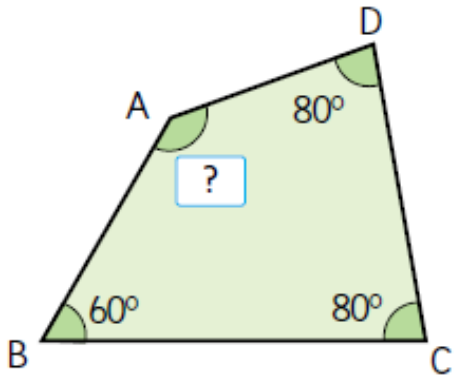
? = _____



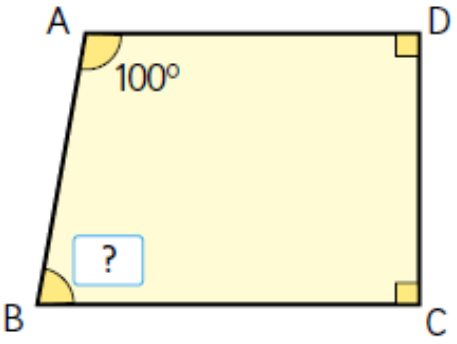
? = _____



? = _____



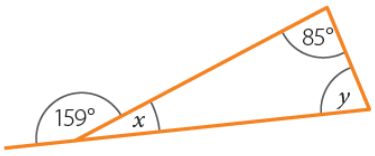
? = _____



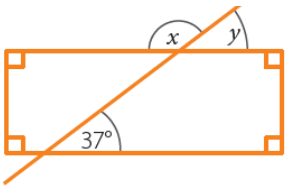
? = _____

Práctica cálculo de ángulos en triángulos y cuadriláteros

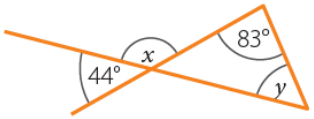
11 Calcule la medida de los ángulos desconocidos



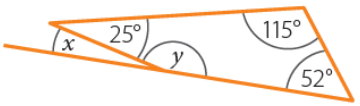
$x =$ $y =$



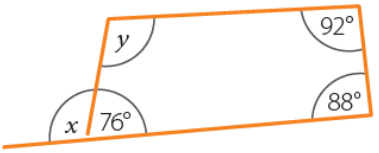
$x =$ $y =$



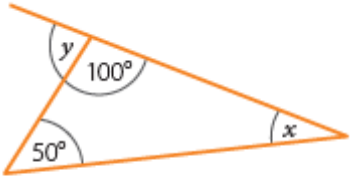
$x =$ $y =$



$x =$ $y =$



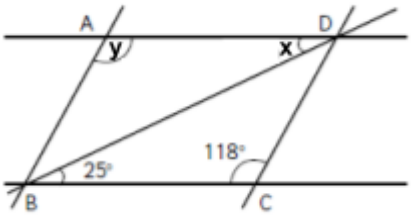
$x =$ $y =$



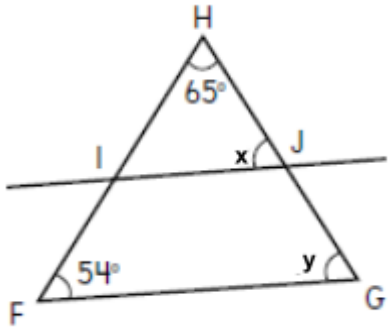
$x =$ $y =$



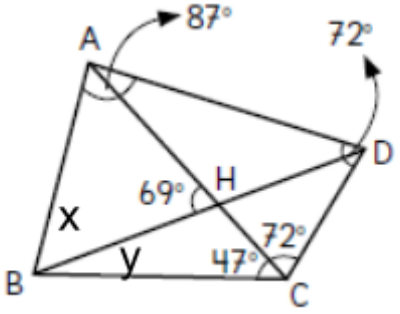
$x =$ $y =$



$x =$ $y =$

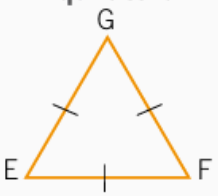


$x =$ $y =$



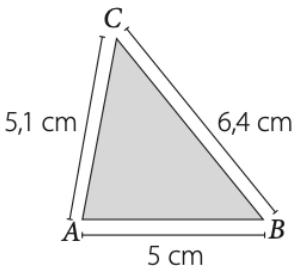
$x =$ $y =$

Clasificación de triángulos según sus lados

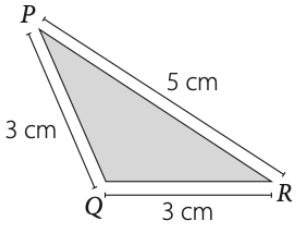
Equilátero	Isósceles	Escaleno
 Todos sus lados tienen iguales medidas. $m(\overline{EF}) = m(\overline{FG}) = m(\overline{GE})$	 Tiene 2 lados de iguales medidas $m(\overline{HI}) = m(\overline{GH})$	 Todos sus lados tienen distintas medidas. $m(\overline{LM}) \neq m(\overline{MN}) \neq m(\overline{NL})$

12 Clasifique cada triángulo según la medida de sus lados

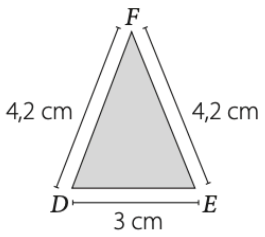
a.



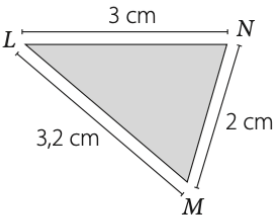
b.



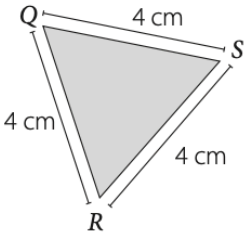
c.



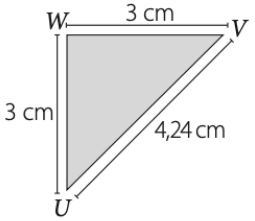
d.



e.



f.



13 Lorena ha estimado la medida de los ángulos interiores de un cuadrilátero

Estas son: $\alpha = 22°$, $\beta = 90°$, $\gamma = 86°$, $\delta = 110°$

Sin dibujarlo, ¿podrías decir que Lorena está en lo correcto? ¿Por qué?

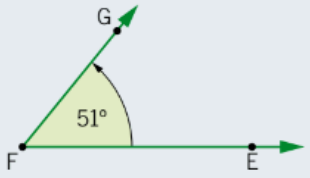
14 Complete la tabla clasificando cada triángulo según la medida de sus lados:

Lado A	Lado B	Lado C	Clasificación
6 cm	6 cm	6 cm	
5 cm	12 cm	5 cm	
16 cm	10 cm	25 cm	
2 cm	2 cm	2 cm	
7 cm	7 cm	10 cm	
11 cm	13 cm	13 cm	

Clasificación de triángulos según sus ángulos

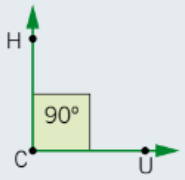
- **Agudo**: mide entre 0° y 90°.

  Ejemplo: el ∢EFG es un ángulo agudo, ya que m(∢EFG) = 51°.



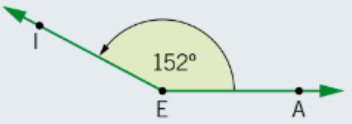
- **Recto**: mide 90°.

  Ejemplo: el ∢UCH es un ángulo recto, ya que m(∢UCH) = 90°.



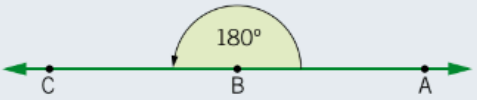
- **Obtuso**: mide entre 90° y 180°.

  Ejemplo: el ∢AEI es un ángulo obtuso, ya que m(∢AEI) = 152°.



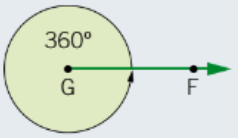
- **Extendido o llano**: mide 180°.

  Ejemplo: el ∢ABC es un ángulo extendido, ya que m(∢ABC) = 180°.



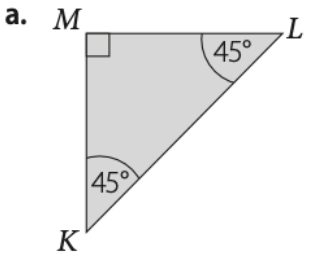
- **Completo**: mide 360°.

  Ejemplo: el ángulo que se muestra mide 360°, es decir, corresponde a un ángulo completo.

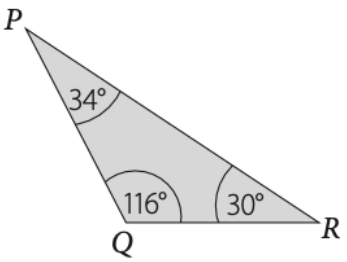


15 Clasifique cada triángulo según la medida de sus ángulos

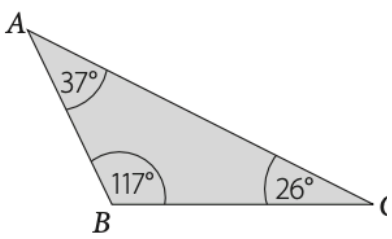
a.



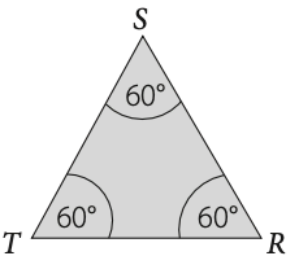
b.



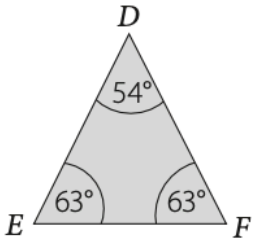
c.



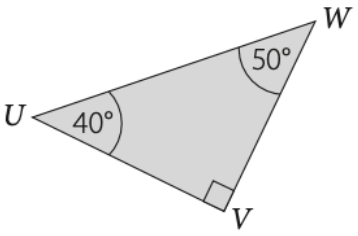
d.



e.



f.



16 Uno de los ángulos interiores de un triángulo isósceles mide 100°.

a) ¿Cuánto deben sumar las medidas de sus otros dos ángulos interiores?

b) ¿Cuánto miden sus otros dos ángulos interiores?

17 Los tres ángulos interiores de un triángulo miden lo mismo

a) ¿Cómo lo clasificas? ¿Por qué?

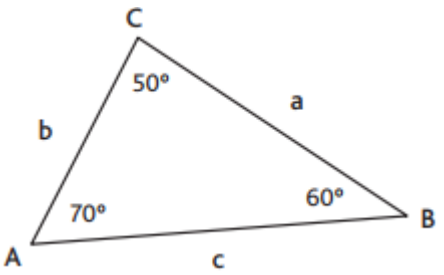
b) ¿Cuánto miden sus ángulos interiores?

18 Complete la tabla clasificando cada triángulo según la medida de sus ángulos interiores:

Ángulo A	Ángulo B	Ángulo C	Clasificación
60°	60°	60°	
90°	45°	45°	
130°	30°	20°	
20°	70°	90°	
60°	50°	70°	
25°	125°	30°	

19 Considerando la medida de los ángulos interiores del triángulo, ¿cuál es el **lado de mayor longitud**?

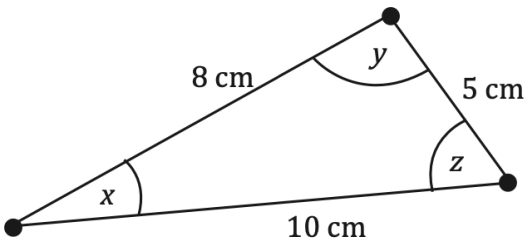
a) El lado a
b) El lado b
c) El lado c
d) No se puede saber



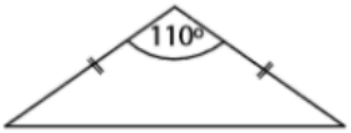
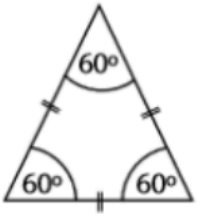
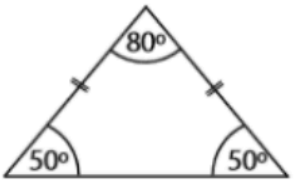
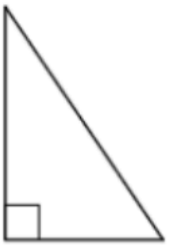
20 Observa el triángulo y la medida de sus ángulos y lados:

Es **correcto** afirmar que:

a) z > y
b) x > z
c) x > y
d) z > x

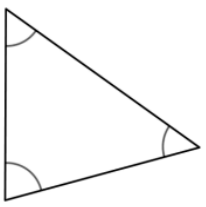


21 Anote a qué tipo de triángulo corresponde según la medida de sus **ángulos y de sus lados**

1.  _____	2.  _____
3.  _____	4.  _____

22 ¿Qué tipo de triángulo es el de la imagen?

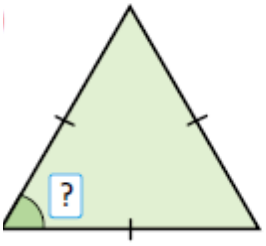
a) Triángulo rectángulo
b) Triángulo isósceles
c) Triángulo acutángulo
d) Triángulo escaleno



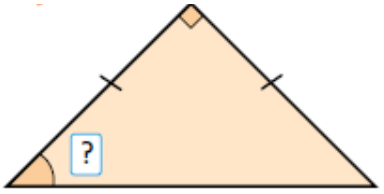
¿Por qué?

_____
_____

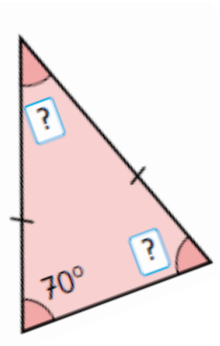
23 Resuelva los siguientes ejercicios identificando el valor de cada incógnita:



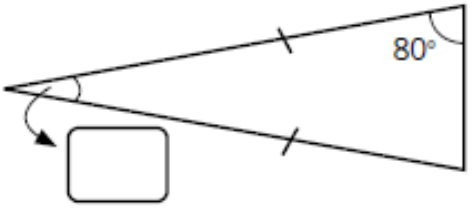
? = _____



? = _____

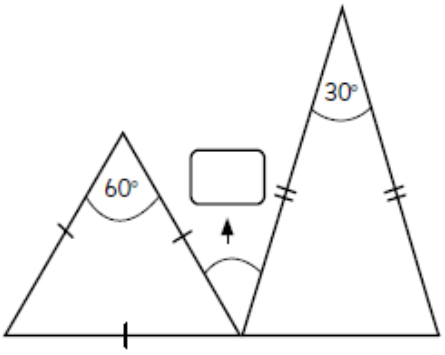


? = _____



? = _____

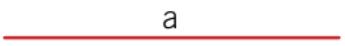
24 Calcule el valor del ángulo desconocido:



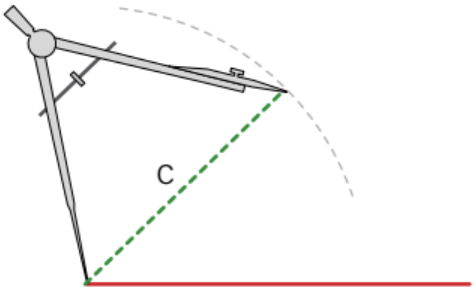
Construcción de triángulos dados sus tres lados

Dadas las longitudes *a, b* y *c*, para construir un triángulo se siguen las siguientes pasos:

Paso 1: trazar un segmento de longitud a

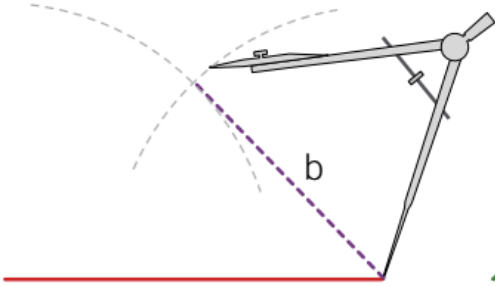


Paso 2: con la regla y con compás considerar la medida *c* y trazar un arco, utilizando como centro un extremos del segmento *a*

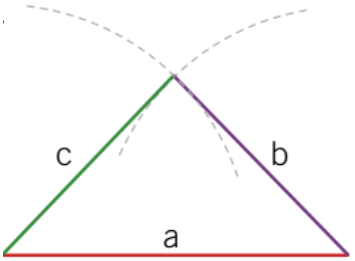


Paso 3: con la regla y con compás considerar la medida *b* y trazar un arco, utilizando como centro el otro extremo del segmento *a*

Paso 4: marcar el punto de intersección entre los dos arcos, ese será el nuevo vértice

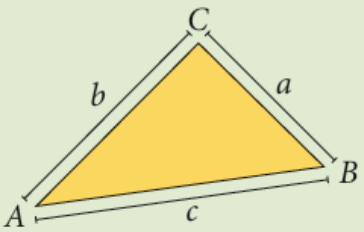


Paso 5: trazar dos segmentos desde el nuevo vértice hasta los dos extremos del segmento inicial (*a*)

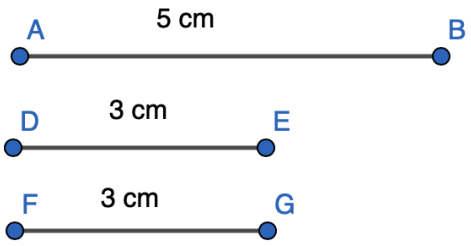


Para **construir un triángulo** se debe cumplir que la suma de las medidas de dos lados tiene que ser mayor que la medida del tercer lado. Esto se conoce como **desigualdad triangular**.

$$a + b > c$$
$$a + c > b$$
$$b + c > a$$



25 A partir de los siguientes segmentos construye un triángulo:



26 Construye un triángulo equilátero de lado 4 cm

27 Construye un triángulo que sus lados tengan las medidas: 6cm, 8cm y 10cm.

28 Construye un triángulo que sus lados tengan las medidas: 3cm, 4cm y 5cm.

¿Se cumple la desigualdad triangular? Explica por qué.

_____

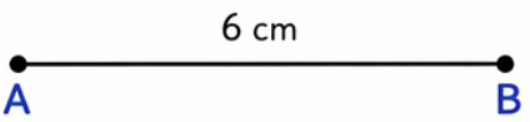
_____

_____

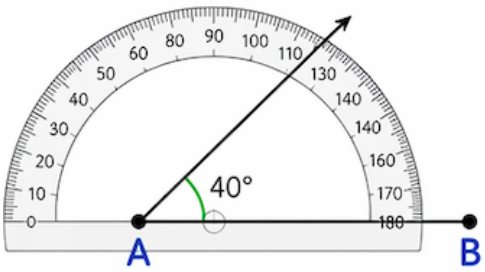
Construcción de triángulos dados dos lados y un ángulo

Dadas las longitudes *a, b* y ángulo *x* para construir un triángulo se siguen las siguientes pasos:

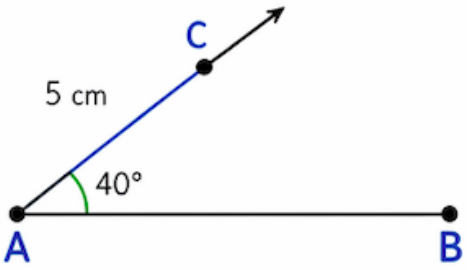
Paso 1: Dibuja el primer lado: Traza un segmento con la medida dada y nombra sus extremos (por ejemplo, A y B).



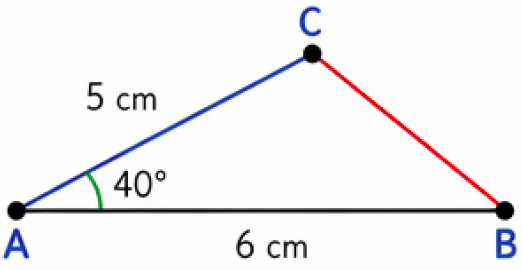
Paso 2: En el punto A, usa el transportador para dibujar el ángulo indicado.



Paso 3: Marca la longitud del segundo lado: Sobre la semirrecta, mide la longitud del segundo lado y marca el punto C.



Paso 4: Cierra el triángulo: Une el punto C con el punto B.



29 Construye un triángulo con:

AB = 6 cm

AC = 4 cm

< α = 30°

30 Construye un triángulo con:

AB = 7 cm

AC = 5 cm

< α = 60°

31 Construye un triángulo con:

AB = 5 cm

AC = 5 cm

< α = 50°

Responda:

a) ¿Qué tipo de triángulo se forma según sus lados? _____

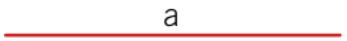
b) ¿Qué puedes decir de los ángulos formados en B y C?

c) ¿Podrías construir otro triángulo distinto con los mismos datos? Explica:

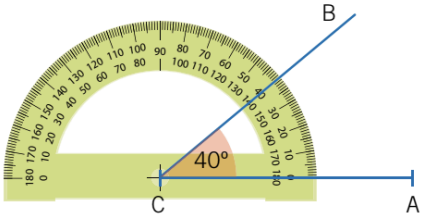
_____
_____
_____

Construcción de triángulos dados un lado y dos ángulos

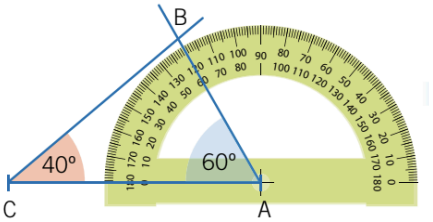
Paso 1: Dibujar la recta según la medida dada (esa recta será la base del triángulo)



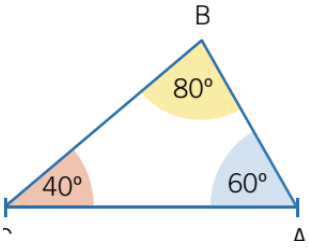
Paso 2: Construir un ángulo en un extremo de la recta, según la medida dada



Paso 3: Construir el otro ángulo en el otro extremo de la recta, según la medida dada



Paso 4: Unir con una regla para completar el triángulo



32 Construye un triángulo con una base de 6 cm y ángulos basales de 50º y 30º.



33 Construye un triángulo con una base de 4 cm y ángulos basales de 90º y 40º.

34 Construye un triángulo con una base de 7 cm y ángulos basales de 30º y 50º.

35 Construye un triángulo con una base de 8 cm y ángulos basales de 50° y 65°

Responda:

a) ¿Cuál es la medida de los otros lados? _____

b) ¿Cuál es la medida del lado mayor? _____

c) ¿Cuál es la medida del ángulo mayor? _____

d) ¿Cuál es la relación entre el lado mayor y el ángulo de mayor medida?_____
_____

Complete la oración según lo analizado en los triángulos:

→ En todo triángulo, el **lado mayor** es opuesto al **ángulo** _____

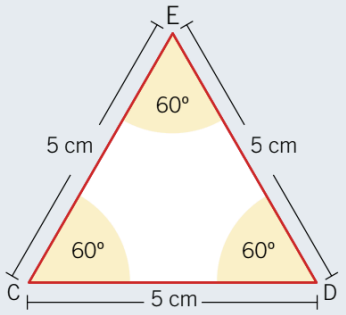
→ En todo triángulo, el **ángulo mayor** es opuesto al **lado** _____

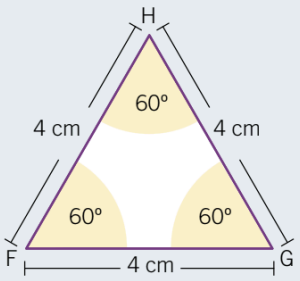
Construcción de triángulos dados tres ángulos

Si se conocen las medidas de los tres ángulos se pueden construir **todos los triángulos que se quiera con igual forma, pero distinto tamaño**.

Si dos triángulos tienen sus ángulos interiores con iguales medidas, esto asegura que tienen igual forma, pero no asegura que tengan iguales tamaños.

Ejemplo: el triángulo CDE tiene las mismas medidas angulares que el triángulo FGH, pero las medidas de sus lados son distintas.

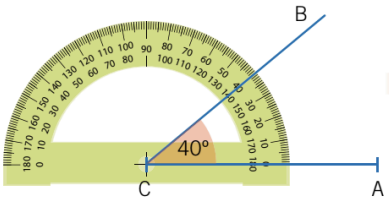




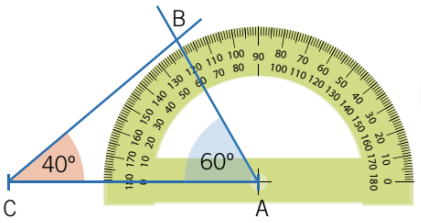
Para construir un triángulo cuyos ángulos interiores midan 60º, 40º y 80º, se deben seguir los pasos:

Paso 1: trazar un segmento que se utilizará como base (en este caso CA)

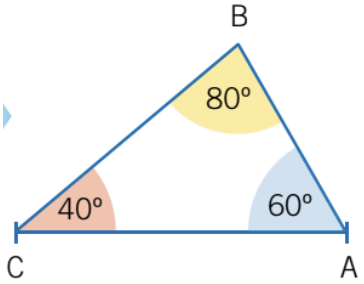
Paso 2: construir un ángulo de 40º en el vértice C



Paso 3: construir un ángulo de 60º en el vértice A



Paso 4: unir las dos rectas de los ángulos recién construidos y el otro ángulo necesariamente medirá 80º



36	Construye un triángulo cuyos ángulos interiores midan 90º, 30º y 50º.

37	Construye un triángulo cuyos ángulos interiores midan 70º, 80º y 30º.

38	Construye un triángulo cuyos ángulos interiores midan 30º, 50º y 100º.

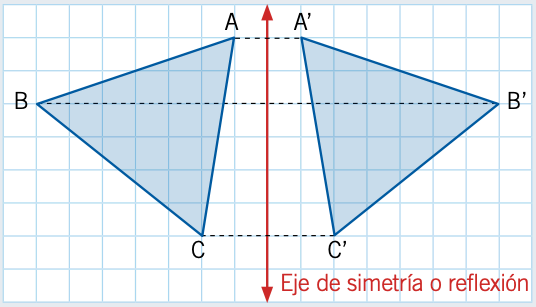
Unidad 7: Transformaciones isométricas

Una **transformación isométrica** es un movimiento que se realiza a una figura plana, de manera que ésta mantiene su forma y su tamaño. Diremos que si dos figuras tienen la misma forma y tamaño, son **congruentes**.

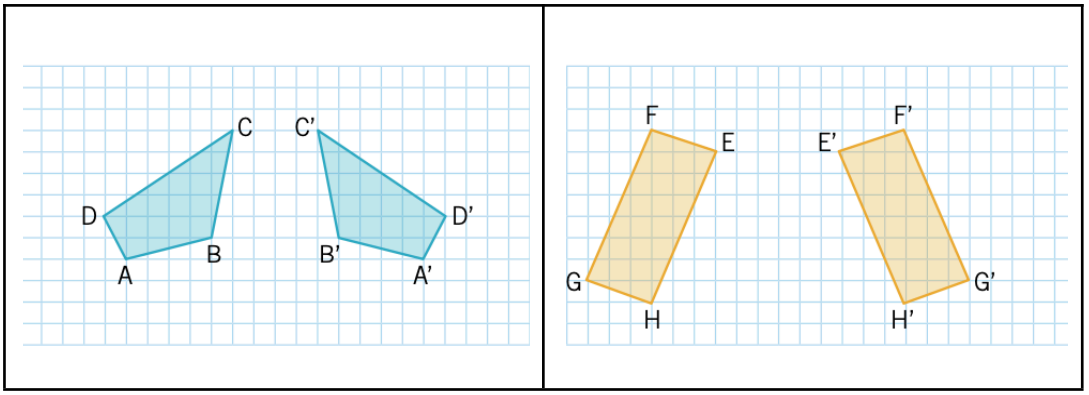
La traslación, la reflexión y la rotación son transformaciones isométricas.

Reflexión

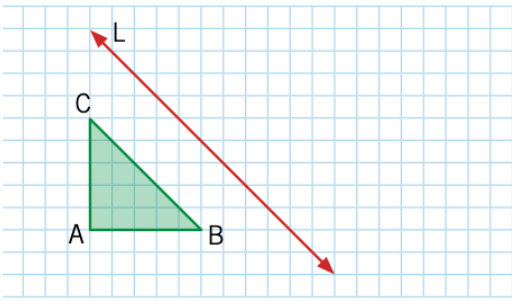
La **reflexión** respecto de una recta llamada **eje de simetría o reflexión** es una transformación isométrica, en la que, a cada punto A de la figura original, le corresponde un punto A' de la figura imagen.

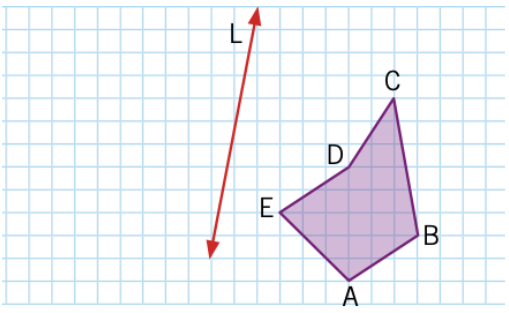


1 Trace el eje de simetría en cada caso

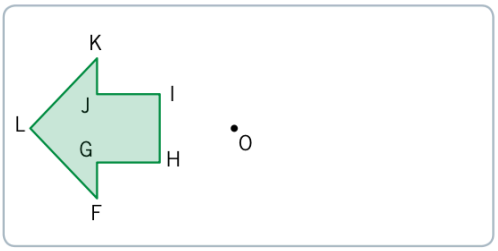


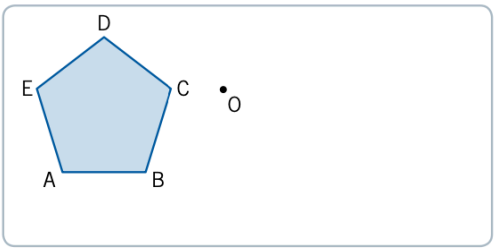
2 Dibuje la figura reflejada con respecto al eje dibujado



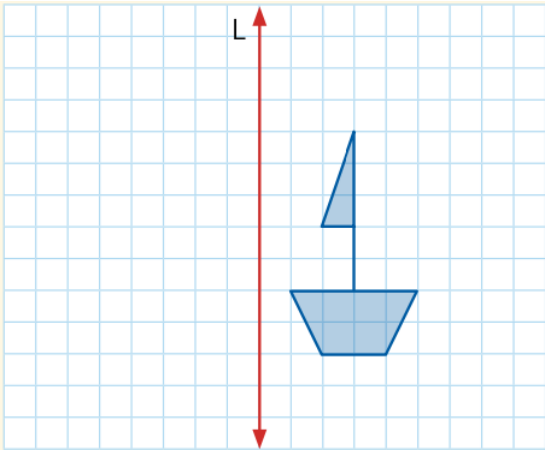


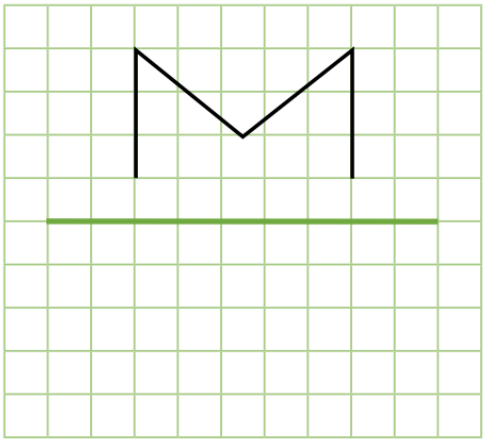
3 Dibuje una simetría central con respecto al punto O





4 Dibuje la figura simétrica con respecto al eje L:

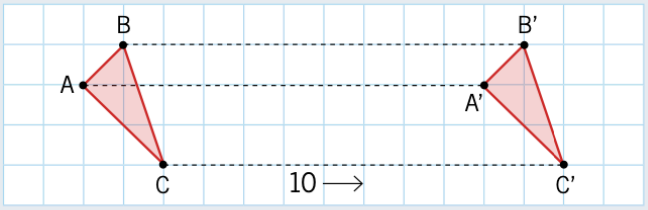




Traslación

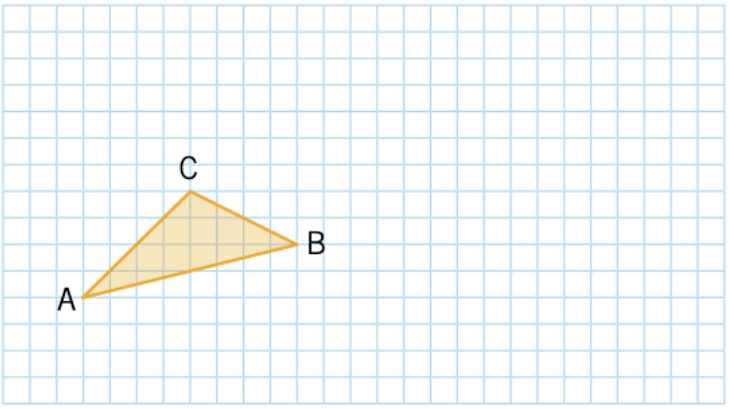
La **traslación** es una transformación isométrica en el plano que se describe mediante segmentos orientados. Cada segmento corresponde a un movimiento en línea recta que tiene una distancia y una dirección.

Ejemplo: el triángulo ABC se traslada 10 unidades a la derecha formando la figura imagen del triángulo, es decir, el triángulo A'B'C'.

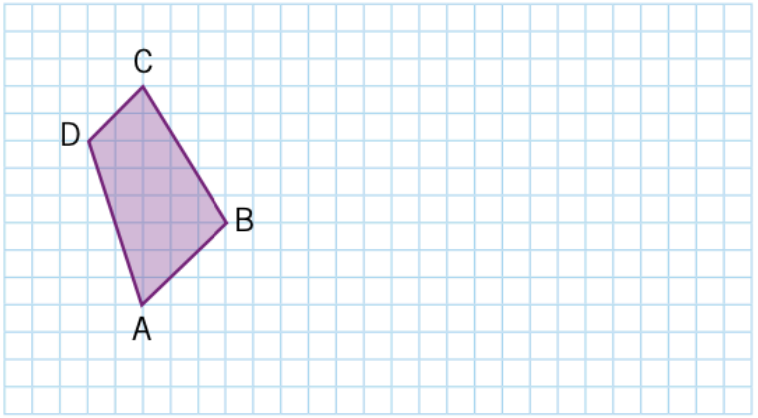


6 Observa las siguientes figuras y realice la traslación correspondiente:

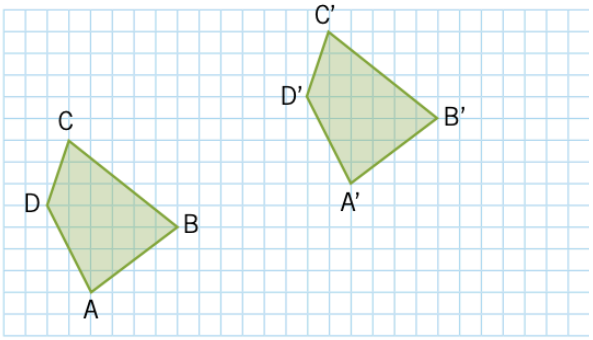
El triángulo ABC se traslada 4 unidades a la derecha y 3 unidades hacia arriba



El cuadrilátero ABCD se traslada 7 unidades a la derecha y 3 unidades hacia abajo.



7 Observe las siguientes figuras y luego describa la traslación realizada:



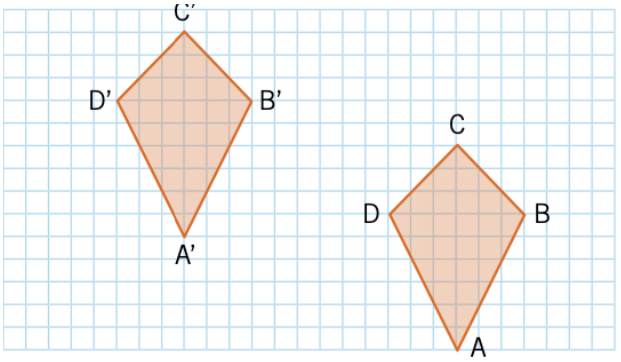
Descripción:

_____

_____

_____

_____



Descripción:

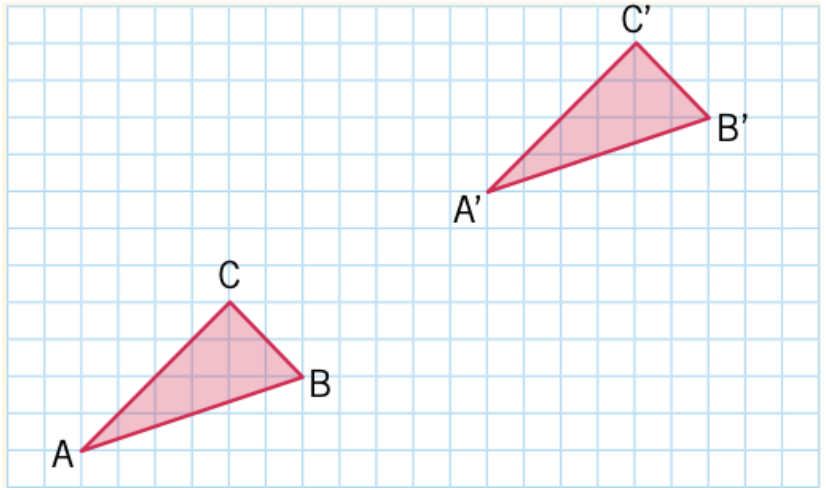
_____

_____

_____

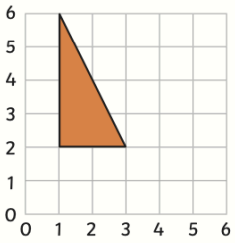
_____

8 Al triángulo ABC se le aplicó una traslación, de la que resultó el triángulo A´B´C´. ¿Cuánto se desplazó la figura original?



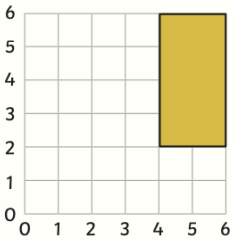
Respuesta: _____

9 Traslade cada figura según las indicaciones:



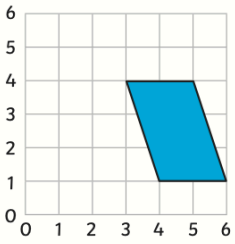
Este triángulo rectángulo se traslada **3 espacios hacia la derecha**.

Dibújalo en su nueva posición.



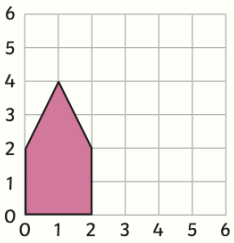
Este rectángulo se desplaza **4 espacios hacia la izquierda**.

Dibújalo en su nueva posición.



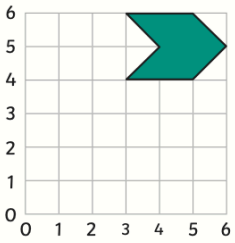
Este paralelógramo se traslada **3 espacios hacia la izquierda**.

Dibújalo en su nueva posición.



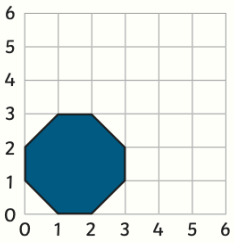
Este pentágono se traslada **a la derecha 3 espacios.**

Dibújalo en su nueva posición.



Este hexágono se traslada **4 espacios hacia abajo**.

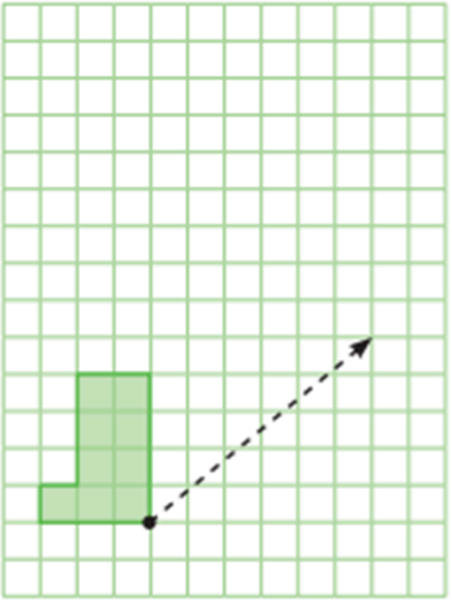
Dibújalo en su nueva posición.



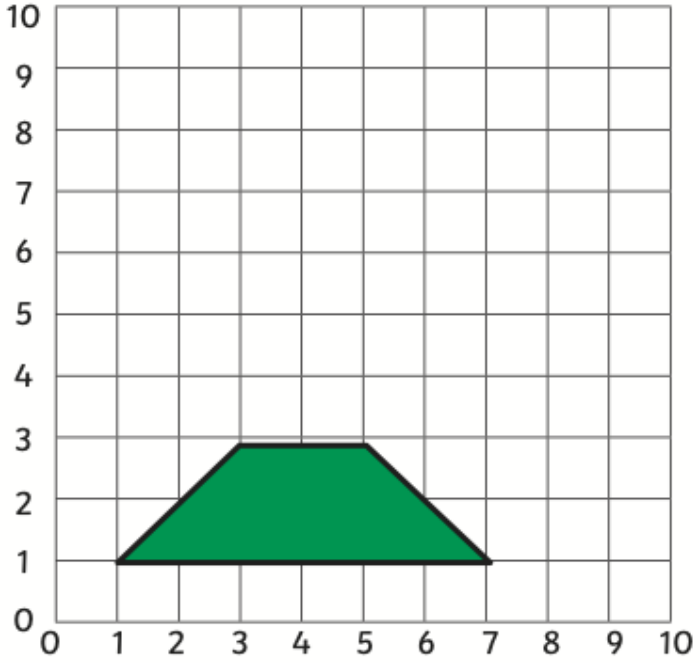
Este octágono se traslada **3 espacios hacia la derecha**.

Dibújalo en su nueva posición.

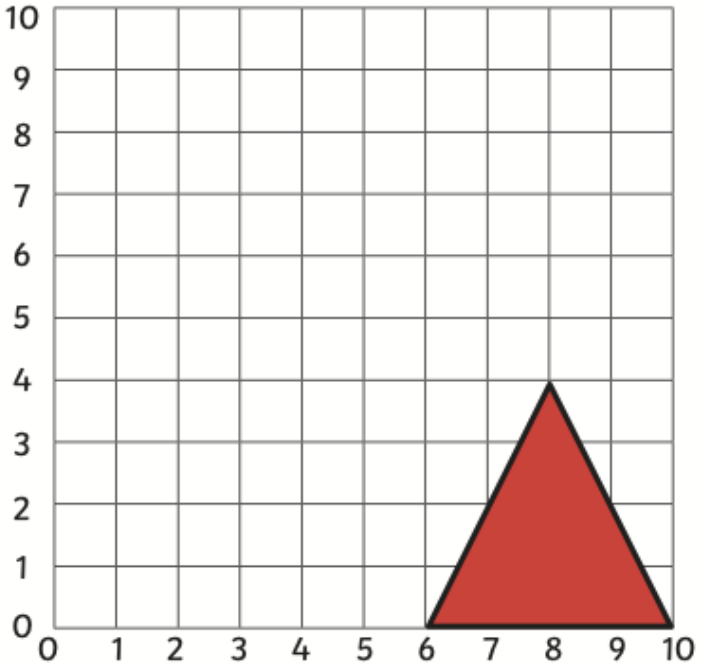
10 Traslada la figura según el vector dado



11 Traslada la figura según el vector (3,5)



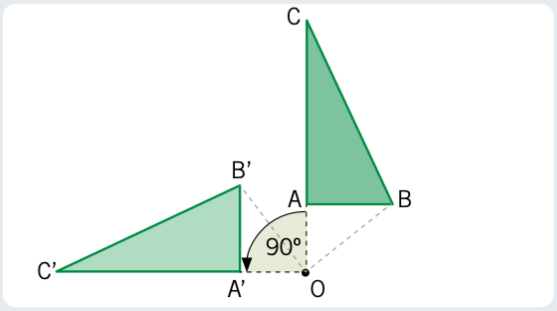
12 Traslada la figura según el vector (0,4)



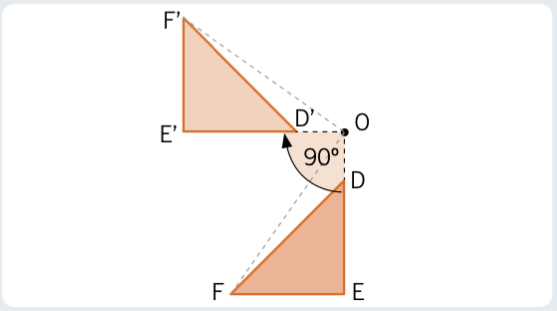
Rotación

La **rotación** es el movimiento que realiza una figura alrededor de un punto fijo llamado centro de rotación y un ángulo. Este punto puede estar dentro o fuera de la figura.

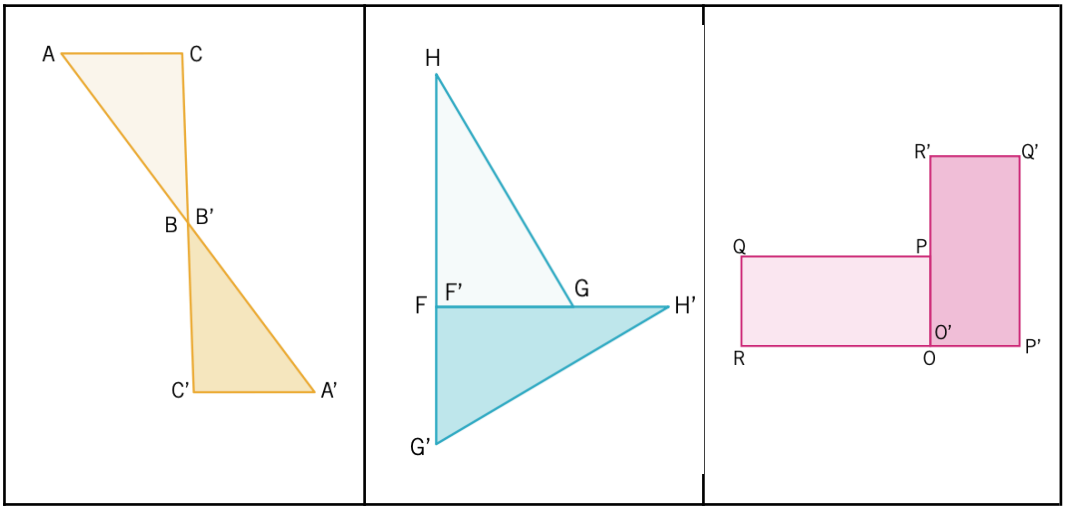
- Rotación en sentido antihorario y en 90° respecto del punto O.



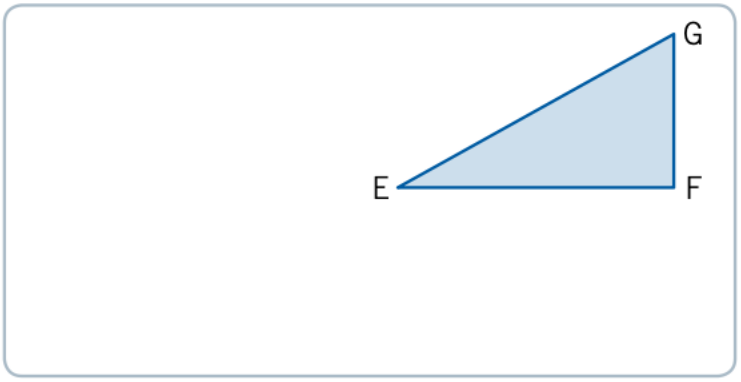
- Rotación en sentido horario y en 90° respecto del punto O.



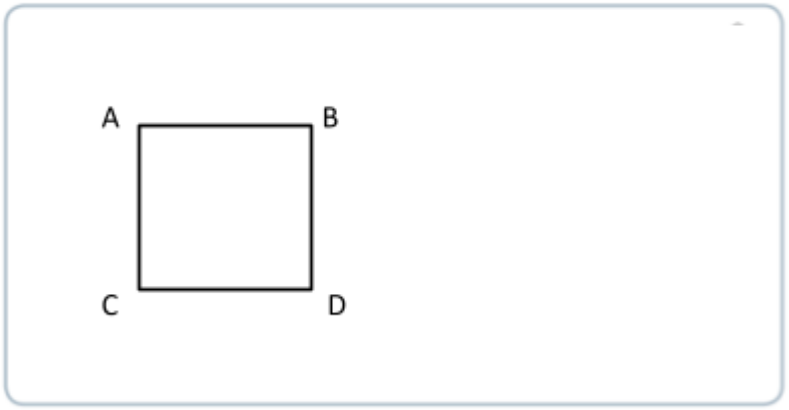
13 Identifique el centro de rotación para cada una de las siguientes rotaciones:



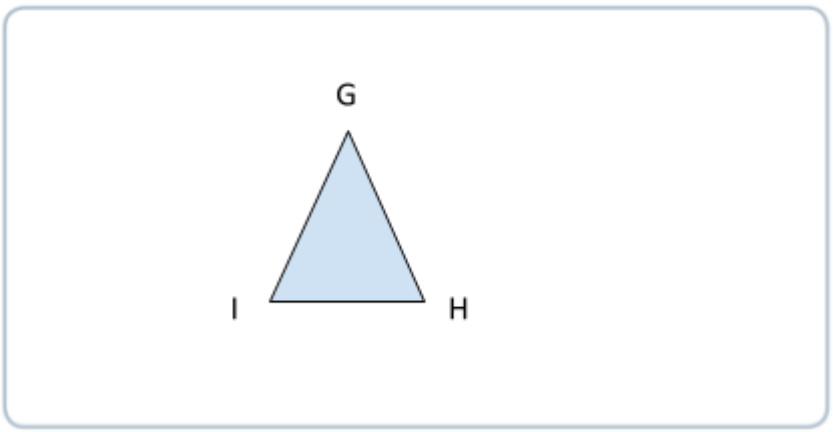
14 Rota en 180° con centro en E y sentido antihorario.



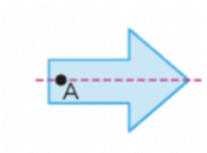
15 Rota en 90° con centro en B y sentido horario.



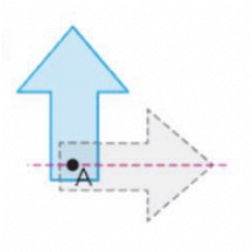
16 Rota en 90° con centro H y en sentido antihorario.

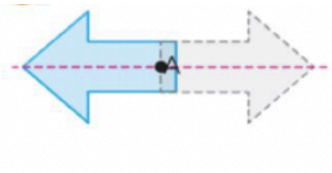


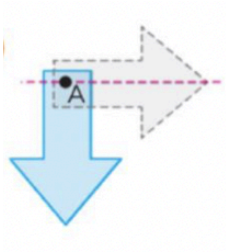
17 Observa la siguiente flecha



Indica el sentido de rotación en cada caso

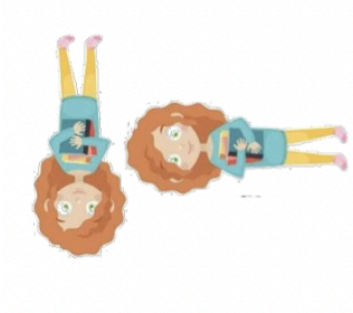






_____ _____ _____

18 Observa cada imagen e indica ¿cuántos grados giró cada una?

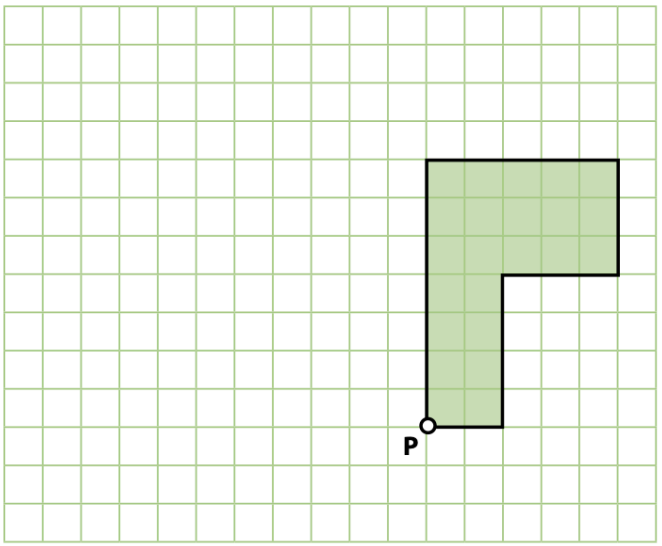




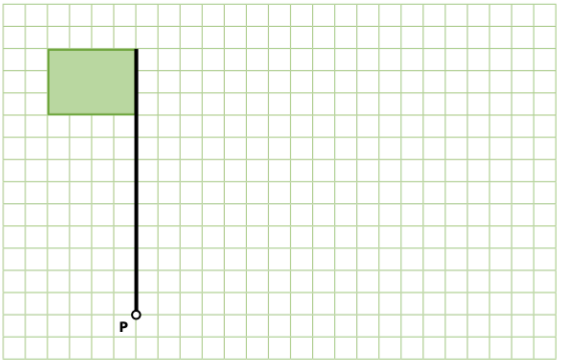


_____ _____ _____

19 Rota 90 grados sentido antihorario



20 Observe la siguiente imagen de una bandera, a la cual se le ha aplicado una rotación de 90° en el sentido de las manecillas del reloj

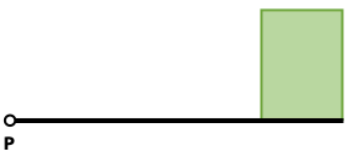


¿Cuál de las siguientes figuras representa ese movimiento?

A



B



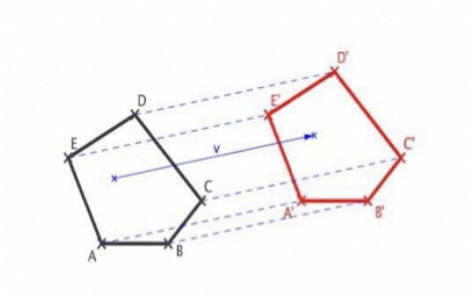
¿Por qué?

_____

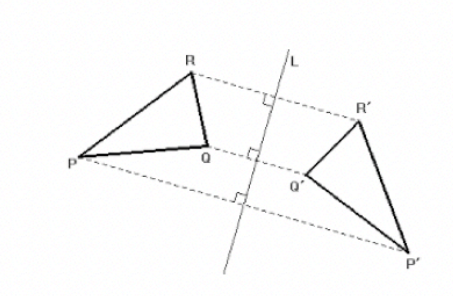
_____

Identificar tipos de transformaciones isométricas:

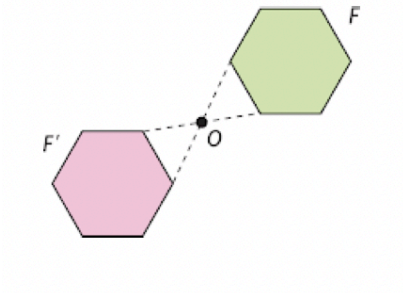
21 Identifique la transformación isométrica aplicada en cada caso:



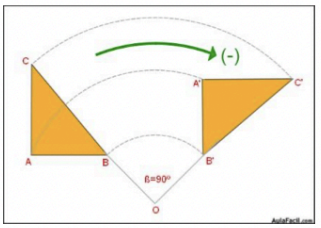
_____



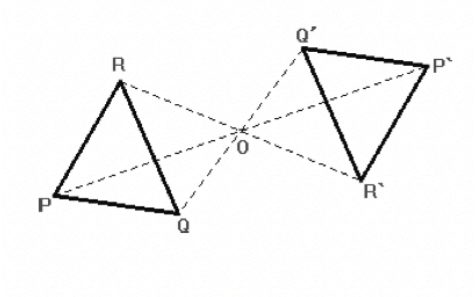
_____



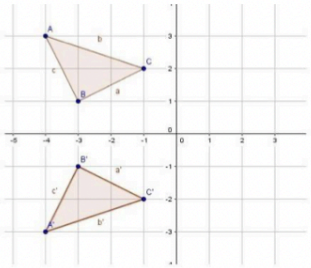
_____



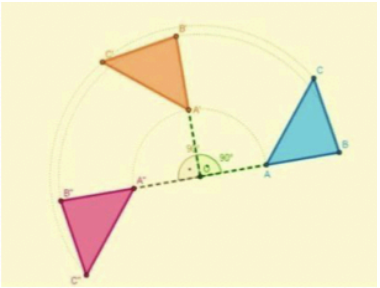
_____



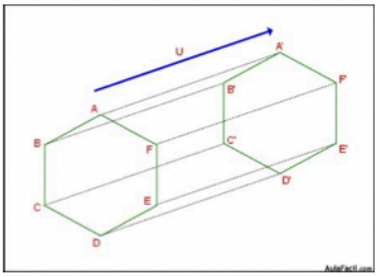
_____



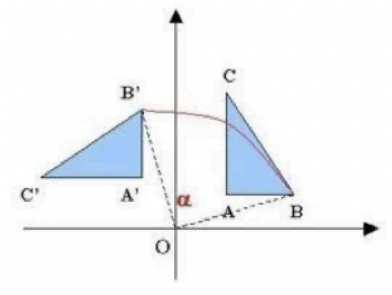
_____



_____

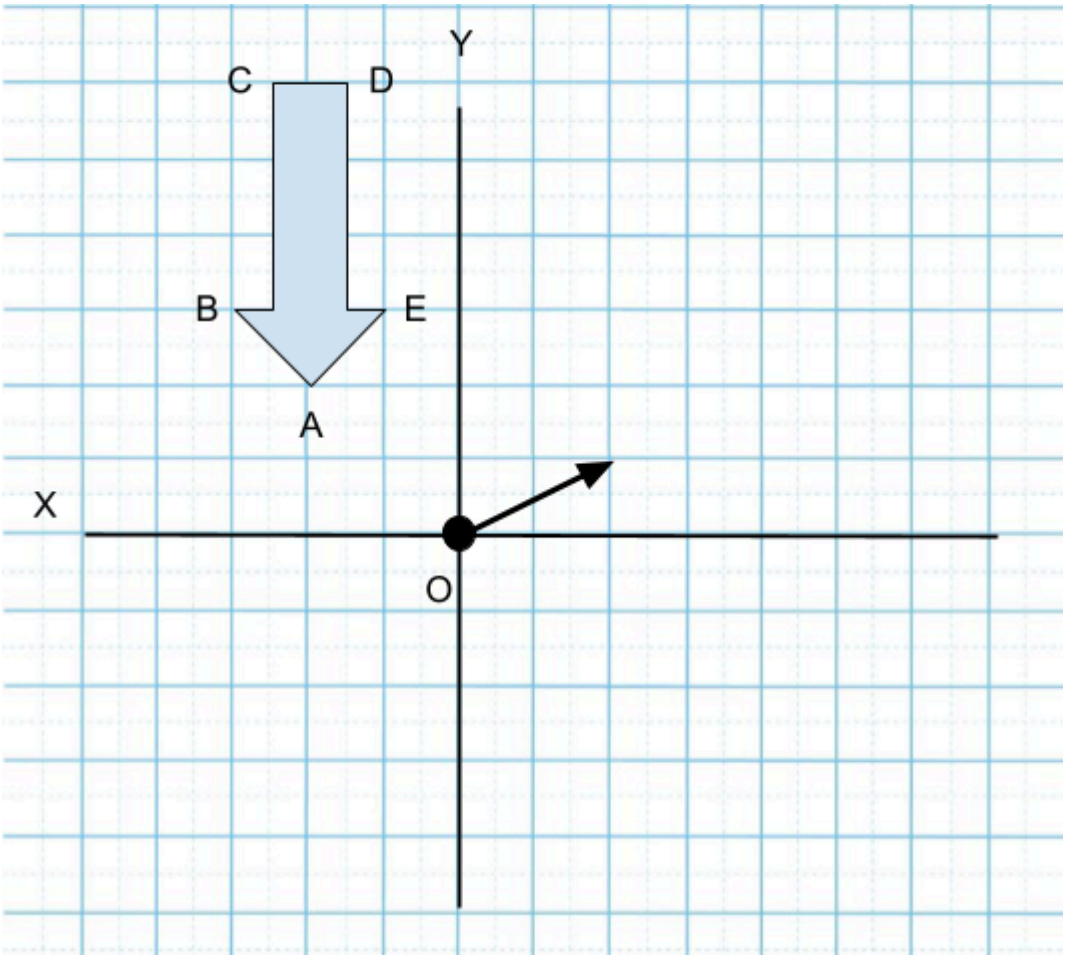


_____



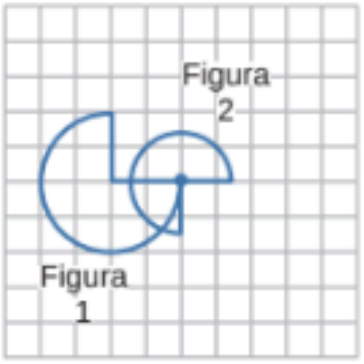
22 Realice las siguientes transformaciones isométricas a la flecha formada por los puntos A, B, C, D y E.

1. Trasladar según el vector dibujado (2, 1)
2. Reflejar respecto al eje X

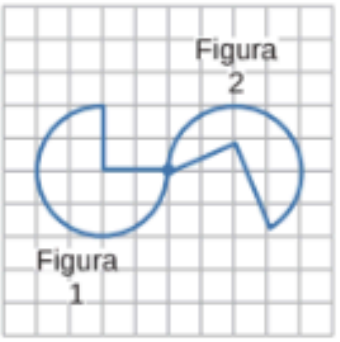


23 ¿En cuál de las siguientes cuadrículas las figuras 1 y 2 son congruentes?

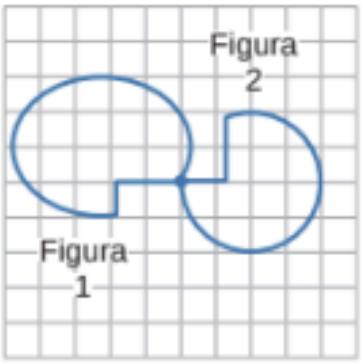
a)



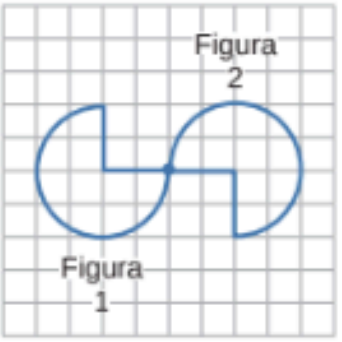
b)



c)

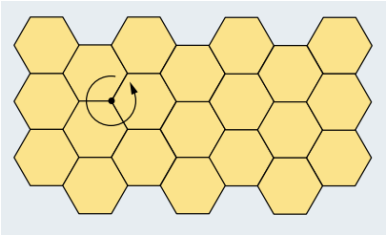
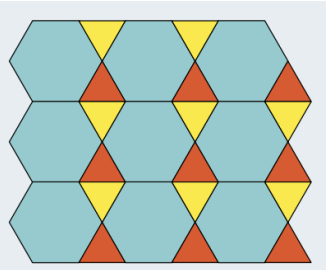
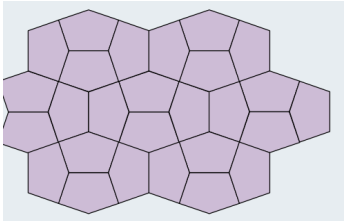


d)

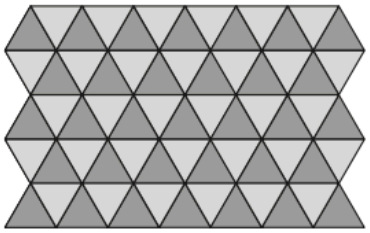


Teselados

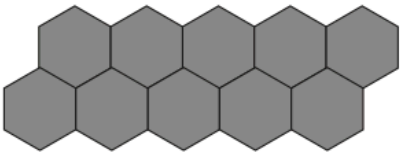
Un teselado es una forma de cubrir una superficie usando figuras geométricas sin dejar espacios vacíos ni superponerlas, como si fuera un mosaico o un piso con baldosas.

Teselados regulares	Teselados semi regulares	Teselados no regulares
Son aquellas que cubren el plano utilizando solo 1 polígono regular. 	Son aquellas formadas por 2 o más polígonos regulares. 	Son aquellas formadas por polígonos irregulares. 

24 Analice cada teselación. Luego, clasifícalas como regular, semirregular o no regular.

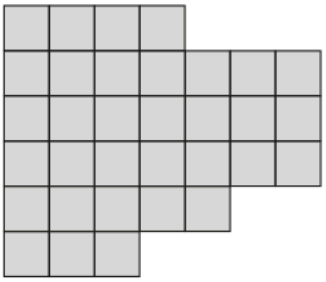
a. 

_____

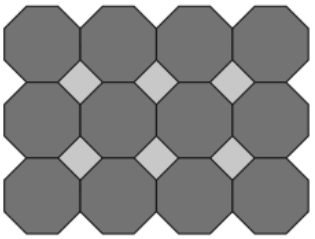
b. 

_____

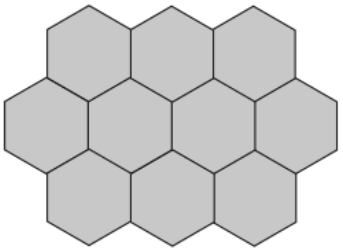
c.



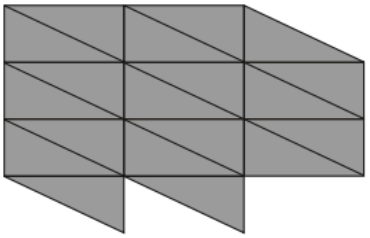
d.



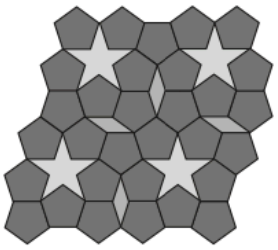
e.



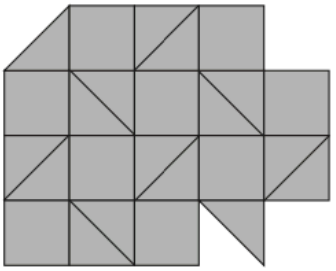
f.



g.



h.



25

La señora Clara quiere poner un nuevo piso en su cocina. Su hijo le propone que use figuras geométricas que se repitan para formar un diseño bonito y ordenado, como los mosaicos antiguos.

Las figuras que tiene disponibles son:

- Rectángulos
- Hexágonos regulares
- Círculos

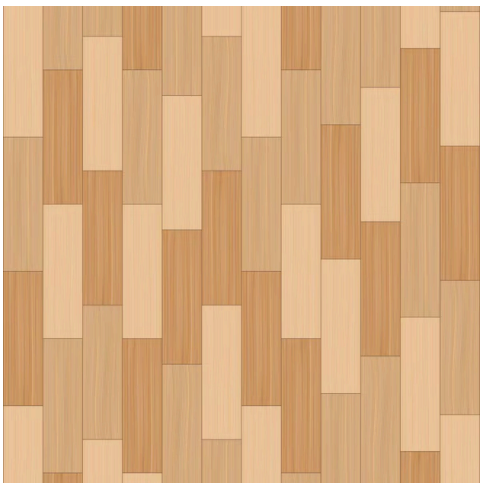
¿Cuál crees que debería elegir la señora Clara? ¿Por qué?

_____

_____

26

Martina piensa que el piso flotante de madera (imagen) de su casa es una teselación regular, pero su hermano Jaime le dice que cree que es no regular.



¿Quién crees que tiene razón y por qué?

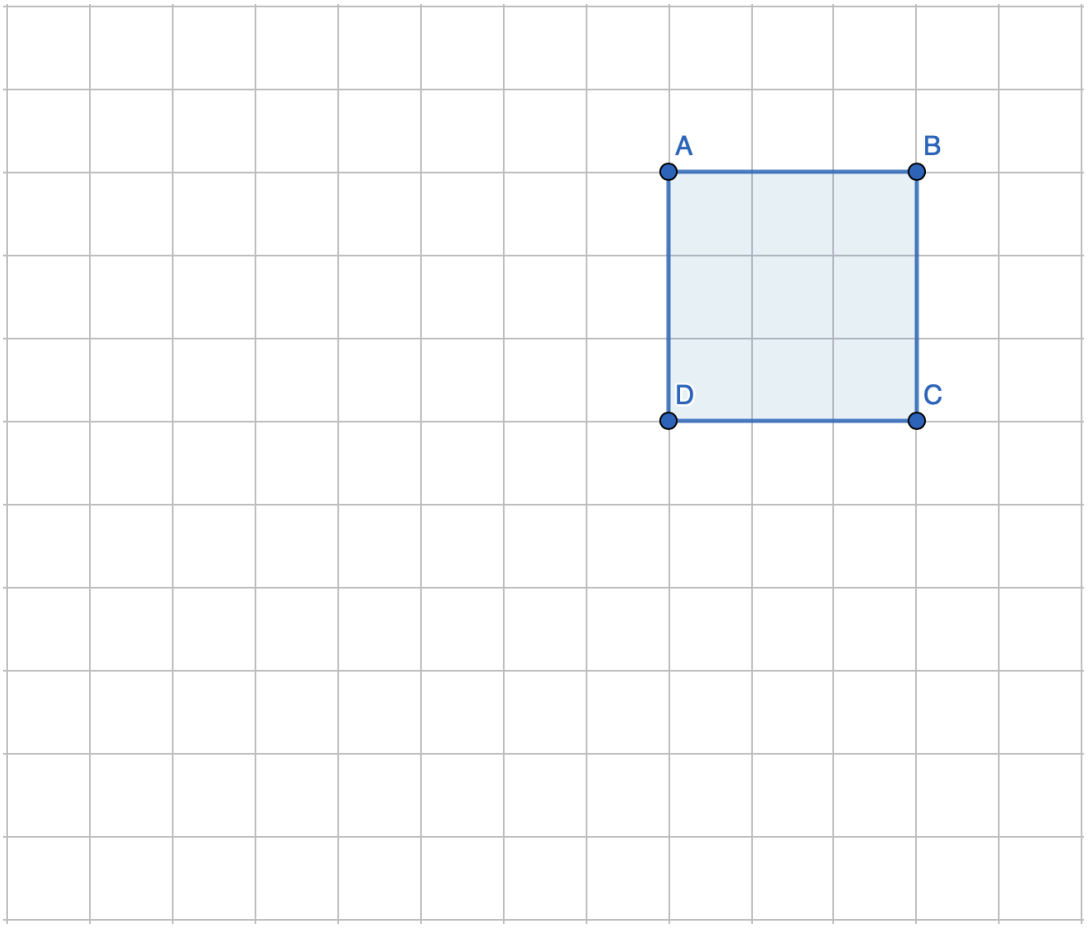
_____

_____

Realizar teselados a partir de transformaciones isométricas.

27

Rote el cuadrado tres veces consecutivas en 90 grados en sentido antihorario con base en D.

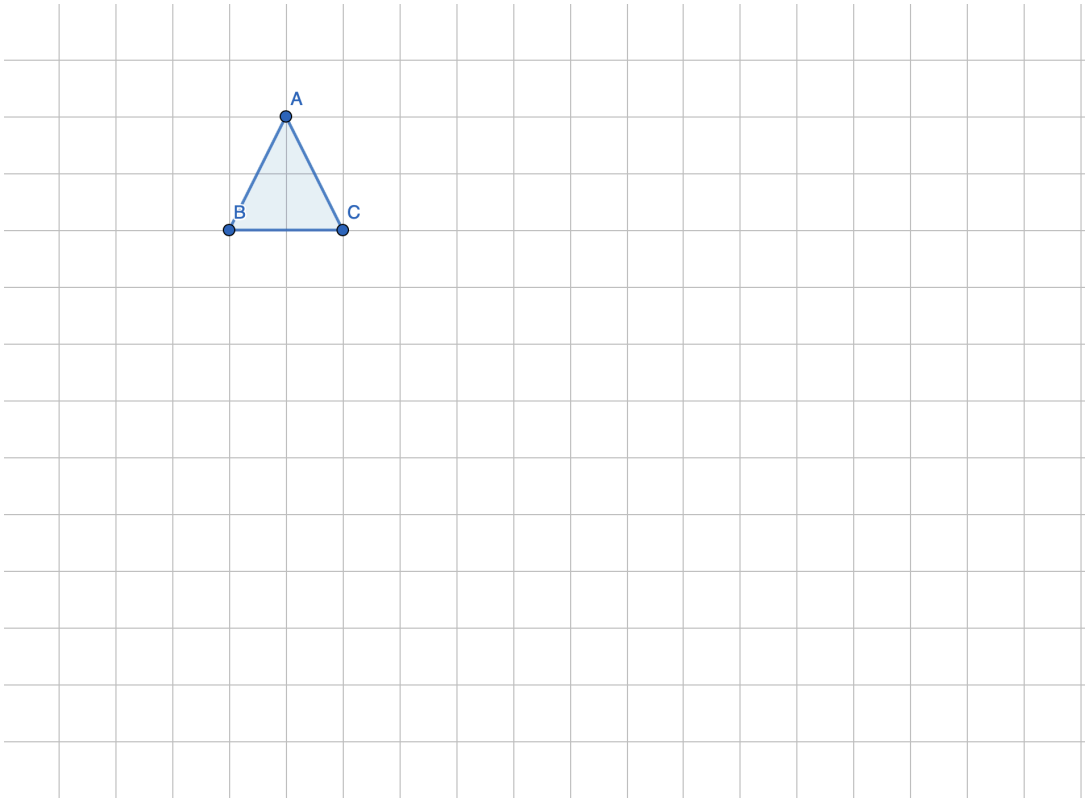


Responda:

a) ¿Qué se formó? _____
b) ¿Qué tipo de teselación es? _____
c) ¿Por qué? _____

28

Cree una teselación con el triángulo equilátero que se presenta a continuación:



Responda:

a) ¿Qué tipo de teselación es? _____
b) ¿Por qué? _____
c) ¿Qué transformación isométrica aplicaste para lograr la teselación? _____

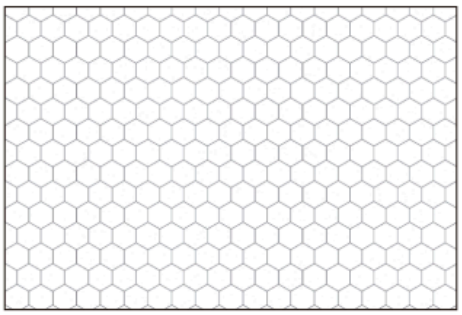
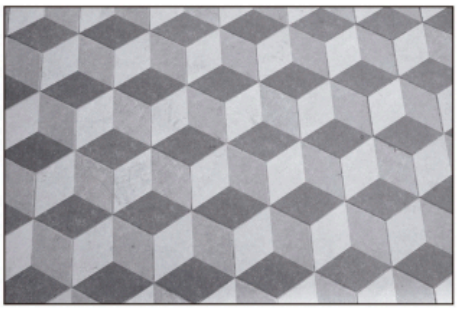
29 Utiliza la figura geométrica que se muestra para teselar el plano.



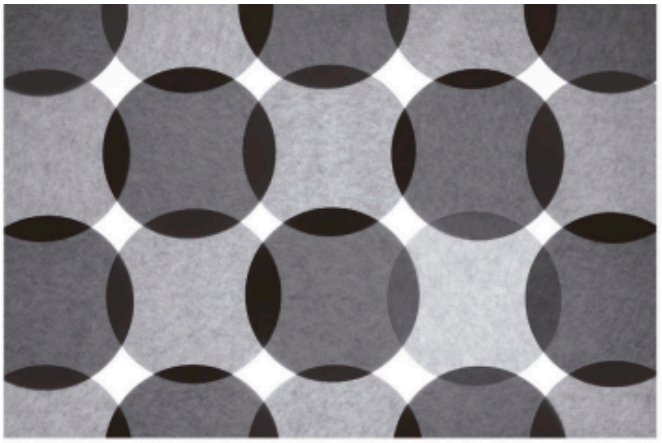
30 Cree una teselación semi regular con figuras geométricas a tu elección:

31

Identifique si las siguientes teselaciones son o no regulares. Justifique:

Teselación	Justificación
	
	
	

32 Explique por qué este diseño de círculos no es una teselación.



_____

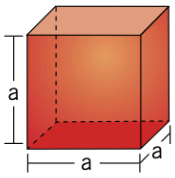
_____

_____

Unidad 8: Cubos y paralalepípedos

Área de cubos y paralalepípedos

El **área de un poliedro** corresponde a la suma de las áreas de sus caras. En el caso del **cubo**, se puede calcular el área total utilizando lo siguiente:

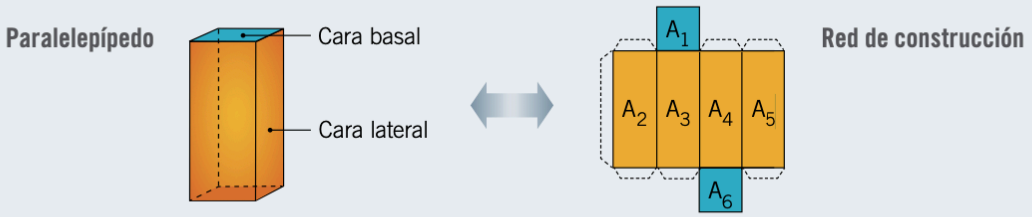


El área de una cara es: $a \cdot a = a^2$.
Luego, el área total del cubo es:

$$A_T = 6 \cdot a \cdot a = 6a^2$$

Donde A_T representa el área total y a, la medida de la arista.

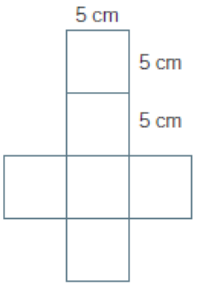
Para calcular el **área de un paralelepípedo** se puede utilizar su red de construcción.



- El **área lateral (A_L)** es la suma de las áreas de todas las caras laterales del paralelepípedo.
  $A_L = A_2 + A_3 + A_4 + A_5$
- El **área total (A_T)** del paralelepípedo es la suma del área lateral y el área de las bases.
  $A_T = A_1 + A_6 + A_L$

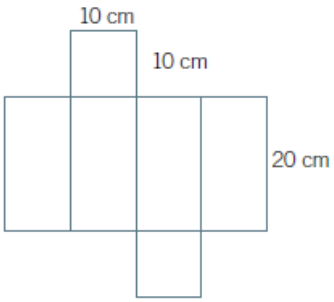
1 Calcula el área de los siguientes paralelepípedos o cubos a partir de su red de construcción:

a.



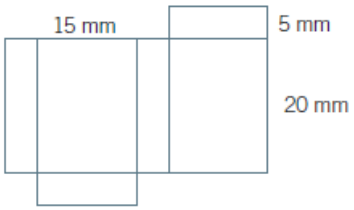
At = _____

b.



At = _____

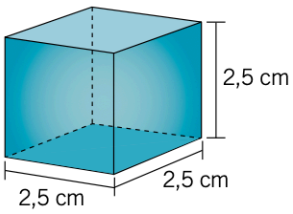
c.



At = _____

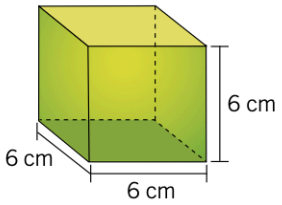
2 Calcule el área total de los siguientes cuerpos

a.



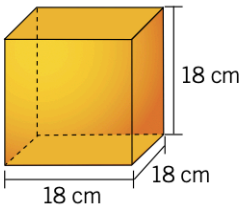
At = _____

b.



At = _____

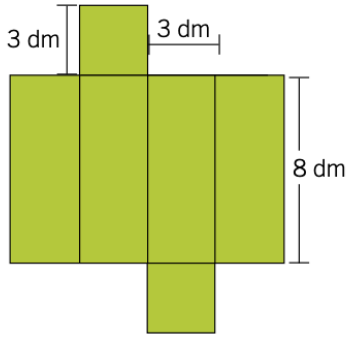
c.



At = _____

3 Calcula el área lateral (AL) y el área total (AT) de las siguientes redes de prismas rectos:

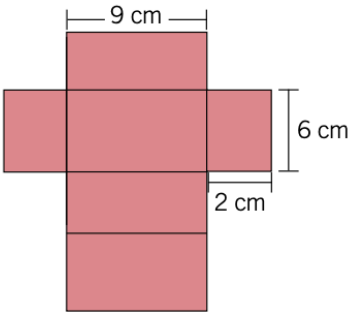
a. Paralelepípedo de base cuadrada



A_L =

A_T =

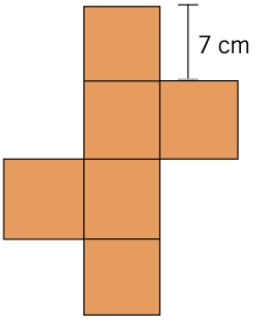
b. Paralelepípedo de base rectangular



A_L =

A_T =

c. Cubo



A_L =

A_T =

Resuelven problemas relativos a áreas de cubos y paralelepípedos.

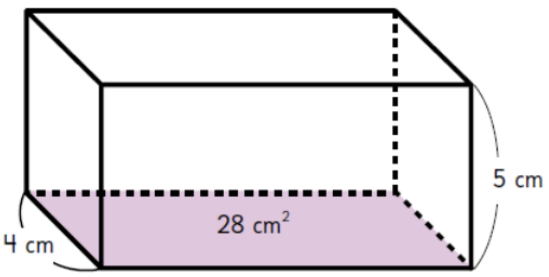
4 Si el área de un cubo es 384 cm^2 ¿Cuánto mide su arista?

R: _____

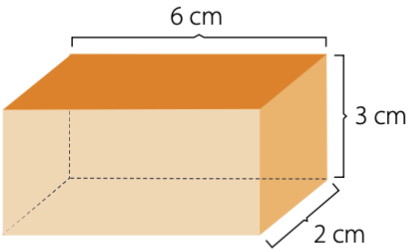
5 Si la suma de todas las aristas de un cubo es 108 cm^2 ¿Cuál es el área del cubo?

R: _____

6 La base de un paralelepípedo mide 28 cm^2. Su ancho mide 4 cm y su altura mide 5 cm ¿Cuál es el área?



7 Analice el paralalepípedo:



a) ¿Cuál es el área de su cara de mayor área?

R: _____

b) ¿Cuántos centímetros cuadrados de cartulina se necesitan como mínimo para construirlo?

R: _____

8 Un estudiante quiere cubrir con cartulinas las caras de un cubo cuyas aristas miden 15 cm. ¿Cuánto mide la superficie de la cartulina que necesita como mínimo para cubrir una cara?

R: _____

9 Alejandro y Natalia construyeron paralalepípedos con el mínimo posible de cartón.

- El de Alejandro mide 20 cm de alto, 15 cm de largo y 10 cm de ancho.
- El de Natalia, 18 cm de alto, 15 cm de largo y 12 cm de ancho

Dibuje las redes de sus paralelepípedos:

Red Alejandro	Red Natalia

a) ¿Cuánto cartón ocupó Alejandro?

R: _____

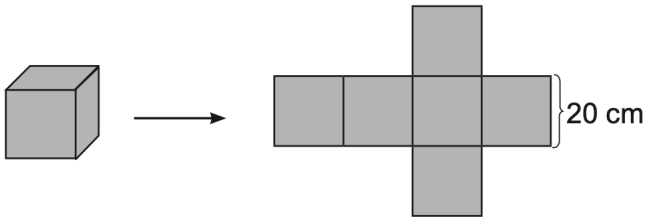
b) ¿Cuánto cartón utilizó Natalia?

R: _____

c) ¿Cuál de los niños empleó más cartón en su construcción?

R: _____

10 Gabriela desarmó una caja con forma de cubo, como se muestra a continuación:



¿Cuánto mide el área de la superficie de la caja?

a) $280\ cm^2$

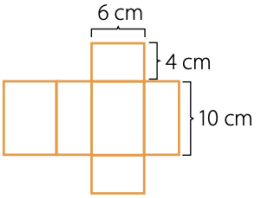
b) $1\,600\ cm^2$

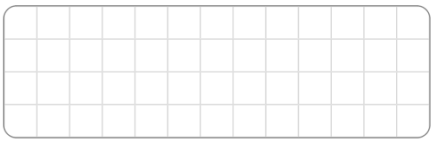
c) $2\,400\ cm^2$

d) $8\,000\ cm^2$

11 Determine el área de cada red y luego dibujo el cuerpo que puede armarse con ella.

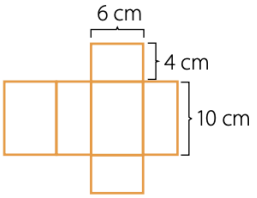
Red formada por 6 rectángulos, congruentes de a pares.





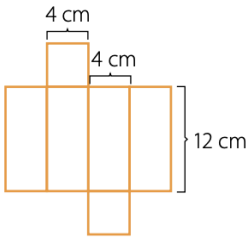
Área = _____

Red formada por 6 rectángulos, congruentes de a pares.



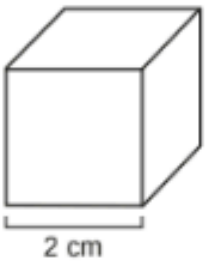
Área = _____

Red formada por 6 rectángulos, congruentes de a pares.



Área = _____

12 La imagen muestra un cubo y la medida de una de sus aristas:



¿Cuánto mide el área de su superficie?

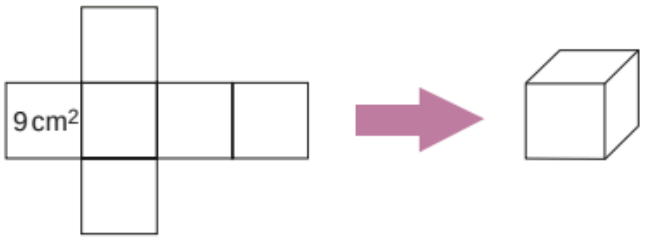
a) $8\ cm^2$

b) $12\ cm^2$

c) $16\ cm^2$

d) $24\ cm^2$

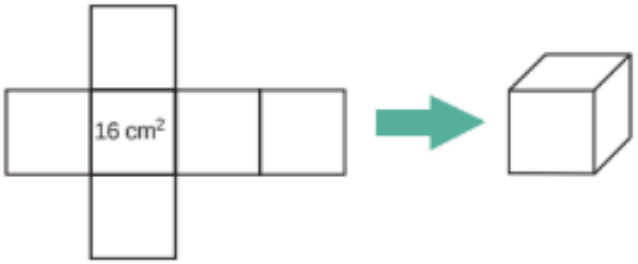
13 En la siguiente imagen se muestra una red y el cubo que se arman con ella:



¿Cuánto mide la superficie del cubo armado?

a) $15\ cm^2$
b) $27\ cm^2$
c) $54\ cm^2$
d) $81\ cm^2$

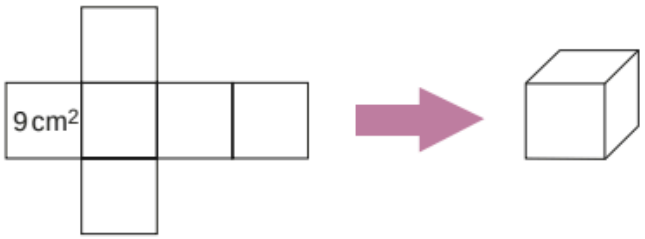
14 En la siguiente imagen se muestra una red con la medida del área de uno de sus cuadrados y el cubo que se arma con ella:



¿Cuál es el área del cubo armado?

a) $22\ cm^2$
b) $48\ cm^2$
c) $96\ cm^2$
d) $256\ cm^2$

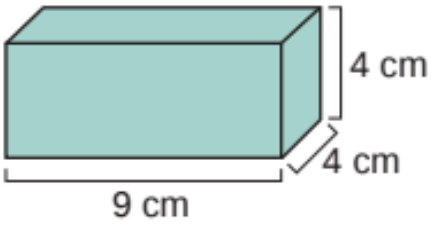
15 En la siguiente imagen se muestra una red y el cubo que se arman con ella:



¿Cuánto mide la superficie del cubo armado?

e) $15\ cm^2$
f) $27\ cm^2$
g) $54\ cm^2$
h) $81\ cm^2$

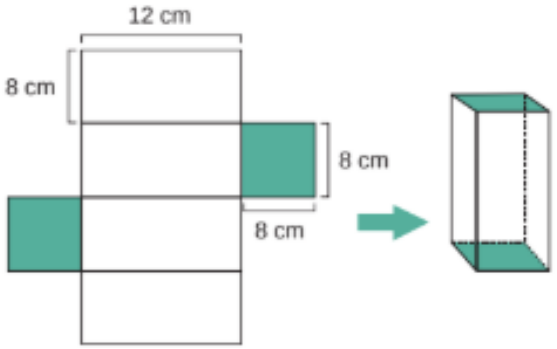
16 La siguiente figura corresponde a un paralalepípedo:



¿Cuál de las siguientes operaciones permite calcular el área total del paralalelepípedo en centímetros cuadrados?

a) $9 \bullet 4 \bullet 4$
b) $9 + 4 + 4$
c) $9 \bullet 2 + 2 \bullet 4$
d) $4 \bullet 9 \bullet 4 + 2 \bullet 4 \bullet 4$

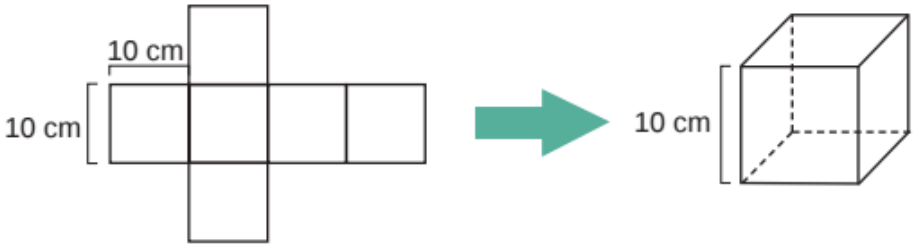
17 A continuación se muestran algunas medidas de una red y el paralalepípedo que se arma con ella:



¿Cuál es el área de la superficie del paralalepípedo?

a) $768\ cm^2$
b) $512\ cm^2$
c) $224\ cm^2$
d) $36\ cm^2$

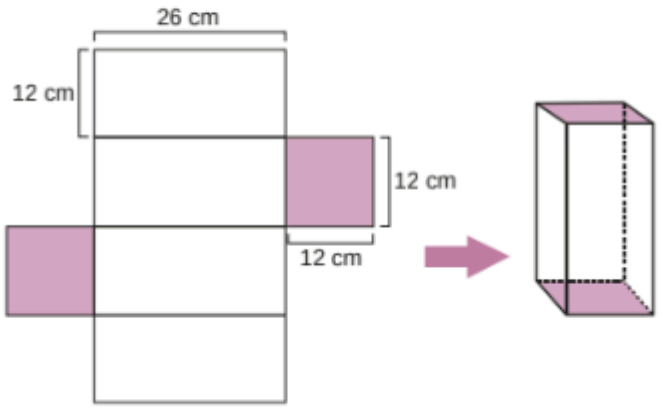
18 En la siguiente imagen se muestra una red compuesta por cuadrados y el cubo que se arma con ella:



¿Cuánto mide la superficie del cubo?

a) $120\ cm^2$
b) $140\ cm^2$
c) $240\ cm^2$
d) $600\ cm^2$

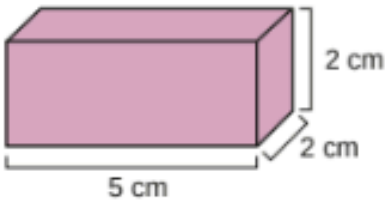
19 A continuación se muestran algunas medidas de una red y el paralalepípedo que se arma con ella:



¿Cuál es el área de la superficie del paralalelepípedo?

a) $3\,744\ cm^2$
b) $1\,536\ cm^2$
c) $400\ cm^2$
d) $62\ cm^2$

20 La siguiente figura corresponde a un paralelepípedo:



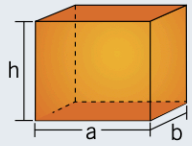
¿Cuál de las siguientes operaciones permite calcular el área total del paralelepípedo en centímetros cuadrados?

a) $5 \bullet 2 \bullet 2$
b) $5 + 2 + 2$
c) $5 \bullet 2 + 2 \bullet 2$
d) $4 \bullet 5 \bullet 2 + 2 \bullet 2 \bullet 2$

Volumen de un cuerpo

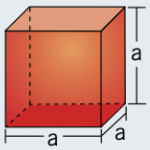
El **volumen (V) de un paralelepípedo** recto se puede calcular multiplicando el área de la base por la medida de la altura (h).

$$V = A_B \cdot h = a \cdot b \cdot h$$



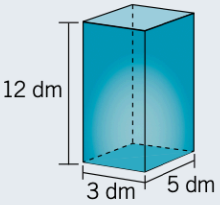
Para calcular el **volumen de un cubo** cuya arista mide **a**, se tiene:

$$V = a \cdot a \cdot a$$

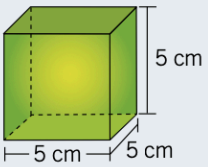


Ejemplos:

- Un paralelepípedo de base rectangular con dimensiones de 3 dm y 5 dm, respectivamente, y 12 dm de altura, tiene un volumen (V) que se puede calcular como: $V = (3 \cdot 5 \cdot 12)\ dm^3 = 180\ dm^3$.

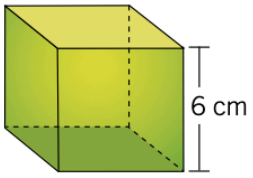


- En un cubo de arista 5 cm. Como las medidas de la base y de la altura son iguales, su volumen es: $V = (5 \cdot 5 \cdot 5)\ cm^3 = 125\ cm^3$.



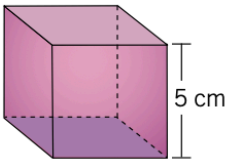
21 Calcula el volumen de los siguientes cubos.

a.



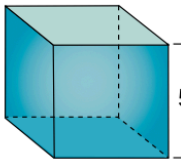
V = _____

b.



V = _____

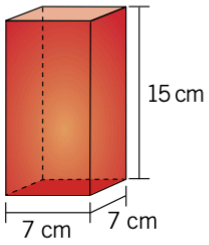
d.



V =

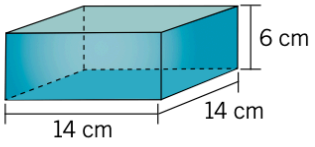
22 Calcule el volumen de los siguientes paralalepípedos

a.



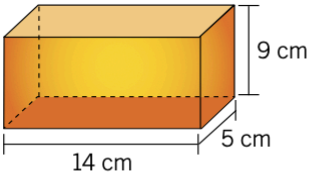
V =

b.



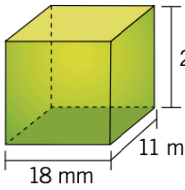
V =

c.



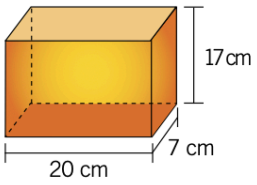
V =

d.



V =

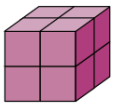
e.



V =

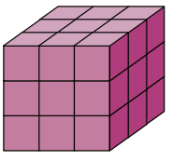
23 Calcula el volumen de cada cuerpo. Para ello, considera que cada cubo tiene un volumen igual a $1\ cm^3$

a.



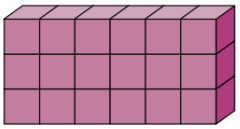
V =

b.



V =

c.



V =

Resolver problemas con volumen

24 Si la arista de un cubo mide 13 mm, ¿cuál es su volumen?

R: _____

25 Si se forma una torre con 3 cubos pequeños iguales, cuya arista mide 3 cm, ¿cuál es su volumen?

R: _____

26 Las medidas de las aristas de un paralelepípedo son 3 cm, 3 cm y 7 cm. ¿Cuál es su volumen?

R: _____

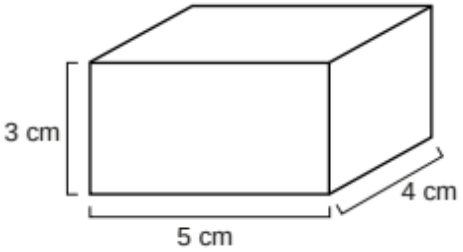
27 ¿Cuál es la capacidad máxima de una piscina rectangular de 3 m de ancho, 5 m de largo y 1,6 metros de profundidad?

R: _____

28 ¿Cuánto mide el volumen de un cubo de arista 8 cm?

a) $512\ cm^3$
b) $384\ cm^3$
c) $96\ cm^3$
d) $24\ cm^3$

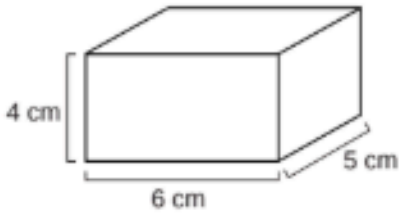
29 Observe las medidas del siguiente paralelepípedo:



¿Cuál es su volumen?

a) $12\ cm^3$
b) $47\ cm^3$
c) $60\ cm^3$
d) $94\ cm^3$

30 Observe las medidas del siguiente paralelepípedo:



¿Cuál es su volumen?

a) $148\ cm^3$

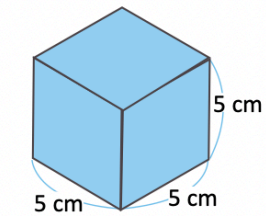
b) $120\ cm^3$

c) $74\ cm^3$

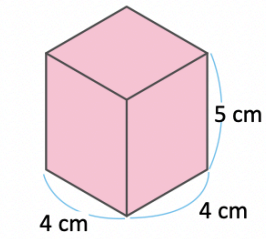
d) $15\ cm^3$

Práctica cálculo de área y volumen:

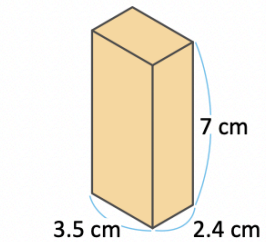
31 Calcule el volumen de los siguientes cubos y prismas rectangulares



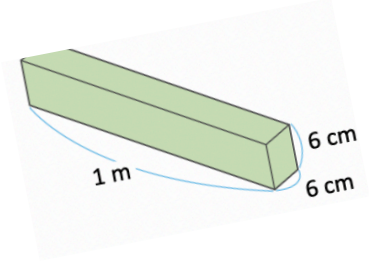
Volumen:



Volumen:

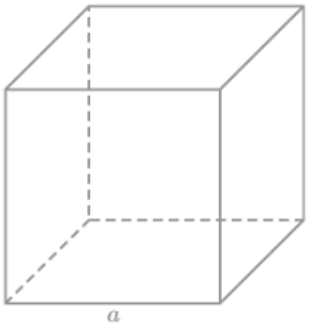


Volumen:

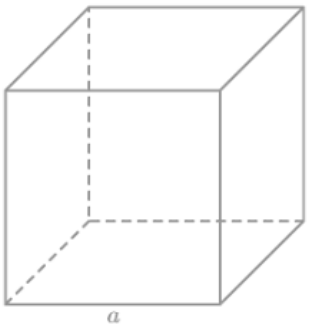


Volumen:

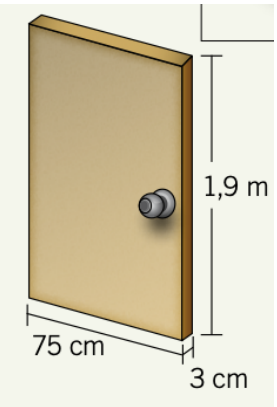
32 Si el área de una cara del siguiente cubo es 36 cm^2, ¿cuál es el volumen del cubo?



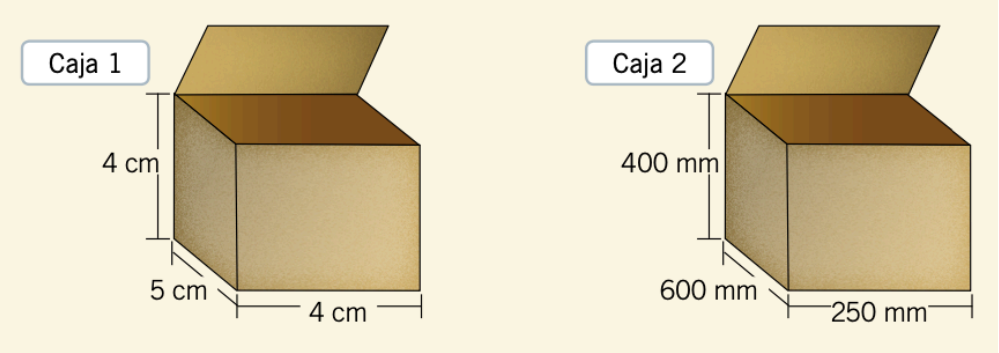
33 Un estudiante quiere llenar la siguiente caja con pelotas de plumavit, por lo que debe saber el volumen de la caja. El estudiante solo sabe el área de una de las caras de la caja, que es 400 cm^2. ¿Podrías ayudarlo? ¿Cuál es el volumen de la caja?



34 En la construcción de una casa se utilizará una puerta como la que se muestra en la imagen. ¿Cuál es el volumen de la puerta?



35 Determina que caja que tiene mayor volumen:



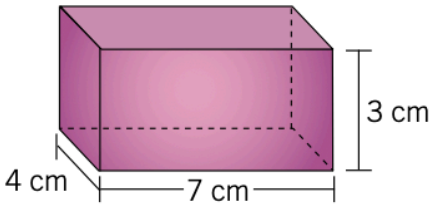
Explica qué hiciste para determinarlo:

_____

_____

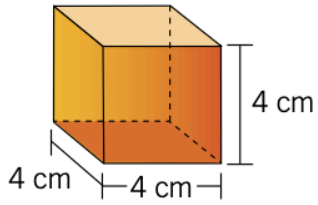
_____

36 Completa con el área total y el volumen de cada cuerpo geométrico:



A_T =

V =

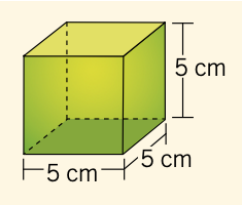


A_T =

V =

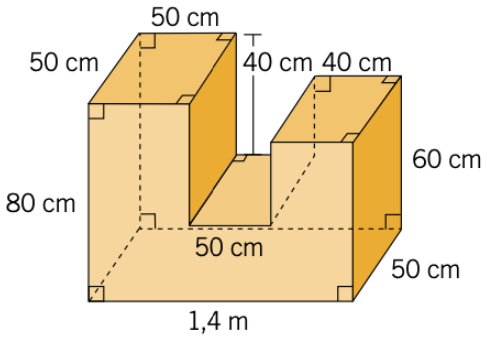
37 Observa el siguiente cubo y luego responde:

a) Si las aristas del cubo se duplican, ¿cuál es el volumen?



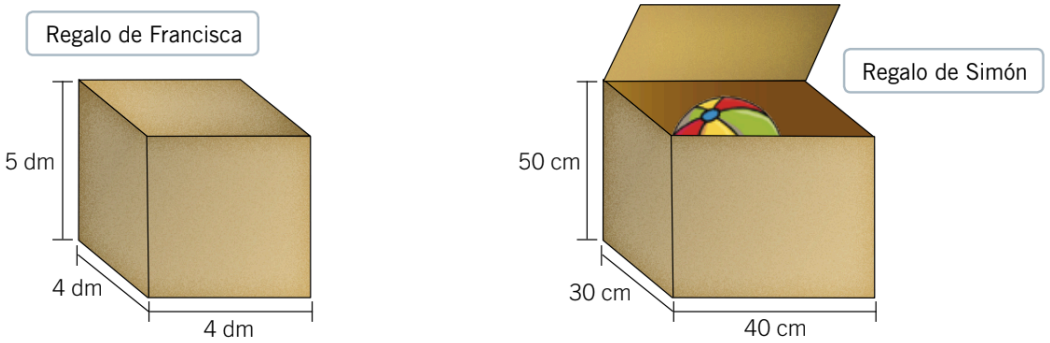
b) Si todas sus aristas disminuyen en 2 cm , ¿cuál será el nuevo volumen?

38 DESAfío: ¿Cuál es el **volumen** de la siguiente figura?



Resolver problemas de área y volumen de cubos y paralalepípedos

39 Francisca y Simón quieren envolver unos regalos para el cumpleaños de un amigo:



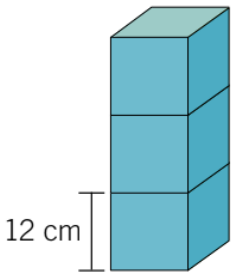
a) ¿Cuánto papel utilizará Francisca para envolver el regalo? ¿Y Simón?

b) ¿Quién de los dos utilizará más papel para envolver el regalo? Justifique

_____

_____

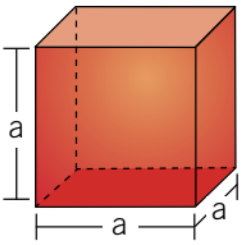
40 Roberto tiene una torre de tres cubos de arista 12 cm, ¿cuál es el área total de la torre?



Área total torre: _____

41 Juan dice que para calcular el área total del cubo debe aplicar la siguiente fórmula:

$$6 \bullet a \bullet a$$



a) ¿Por qué Juan dice que hay que multiplicar por 6?

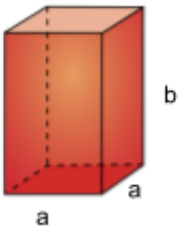
_____

_____

b) ¿Qué representa el a • a?

_____

42 Juan también dice que para calcular el área total del siguiente paralelepípedo debe aplicar la siguiente fórmula:



$$2 \bullet a \bullet a + 4 \bullet a \bullet b$$

a) ¿Por qué Juan dice que hay que multiplicar algunas letras por 2 y otras por 4?

_____

b) ¿Qué representa el a • a?

_____

c) ¿Qué representa el a • b?

_____

43 Si el área total de un cubo es de 294 cm^2, ¿cuál es el área de una de sus caras?

44 Don Alberto coordina el transporte de productos desde una fábrica de alimentos hacia los supermercados. Hoy debe despachar 100 cajas de 6 cm de ancho, 10 cm de largo y 5 cm de alto cada una.

a) ¿Cuál es el **espacio** que utiliza **una de las cajas** en el camión de Don Alberto?

Espacio = _____



b) ¿Cuál es el **espacio** total que utilizarán **las 100 cajas** en el camión de Don Alberto?

R: _____

45 Si una caja grande tiene una capacidad de 48 cm^3 y se quieren guardar dentro de esta caja varias cajas chicas con forma de cubo de 2 cm de arista. ¿Cuántas cajas chicas caben en la caja grande?

R: _____

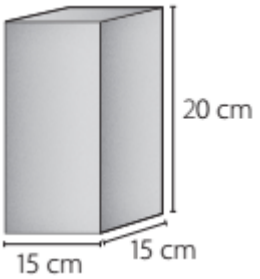
46 Calcula el **volumen** que encierra un envase tetra pack cuyas dimensiones son 7 cm de ancho, 12 cm de largo y 13 cm de alto.

R: _____

47 Una caja tiene una capacidad de 3000 cm^3 . Si mide 40 cm de largo y 15 cm de ancho, ¿cuánto mide su **altura**?

R: _____

48 Para la clase de tecnología, a Natalia le pidieron crear en cartón el diseño de un parlante de música con forma de paralelepípedo. Al terminarlo lo forró con tela roja. ¿Cuántos cm^2 de tela habrá utilizado como mínimo para **forrar** el parlante?



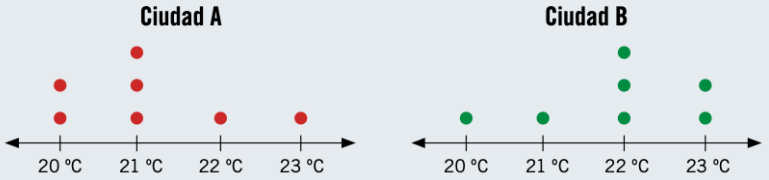
R: _____

Unidad 9: Estadística

Diagrama de puntos

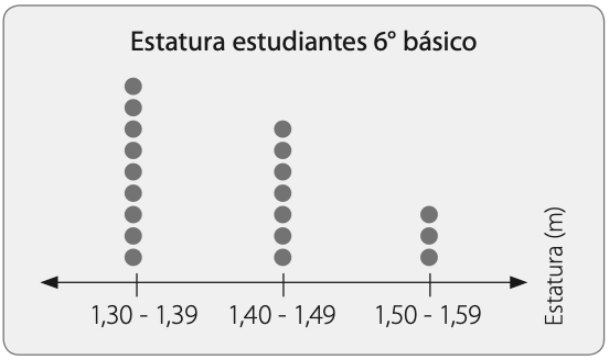
En un **diagrama de puntos** se pueden representar distintas distribuciones de una forma más simple. Además, a partir del diagrama se pueden realizar comparaciones, según el estudio que se quiera llevar a cabo.

Ejemplo: en el diagrama de puntos se representan las temperaturas máximas registradas durante una semana en dos ciudades (A y B).



Al comparar las temperaturas registradas, se puede observar que las más repetidas en las ciudades A y B son 21 °C y 22 °C, respectivamente.

1 En el siguiente diagrama se han representado las estaturas de un grupo de estudiantes de 6° básico.



Responda:

a) ¿Entre qué estaturas están la mayoría de los estudiantes?

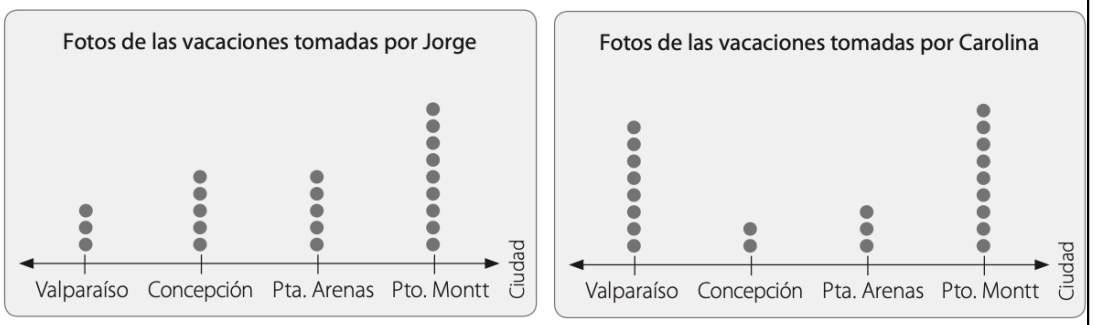
b) ¿El gráfico te permite saber cuántos estudiantes eran hombres o mujeres? ¿Por qué?

c) ¿El gráfico te permite saber cuántos estudiantes hay en total?

d) ¿Cuántos niños hay en total?

e) ¿En qué rango de estatura está el estudiante más alto del curso?

2 Compara los siguientes diagramas de puntos y responde:
Jorge y Carolina registraron la cantidad de fotografías que tomaron en sus vacaciones.



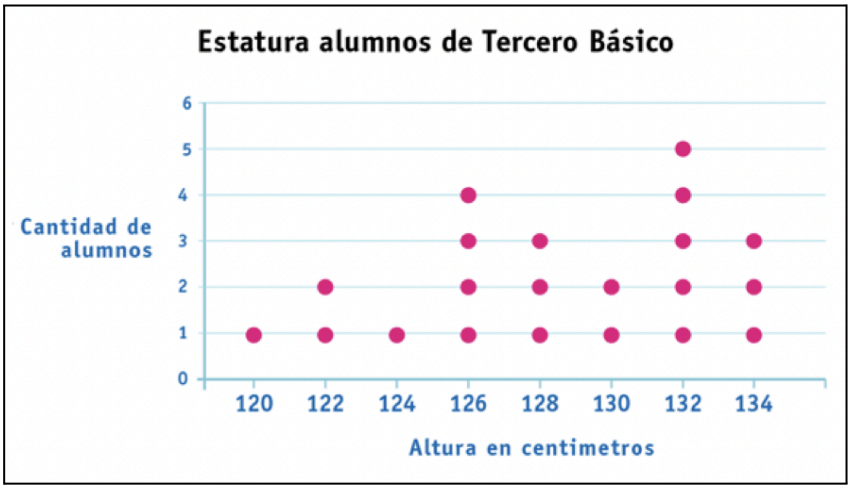
a) ¿Quién tomó más fotos en Valparaíso?

b) ¿Cuál de los niños tomó más fotos durante sus vacaciones?

c) ¿Qué ciudad fue la más fotografiada?

d) ¿Quién tomó la misma cantidad de fotos en dos ciudades?

3 El siguiente gráfico de puntos, muestra las estaturas de los alumnos del Tercer Año Básico.

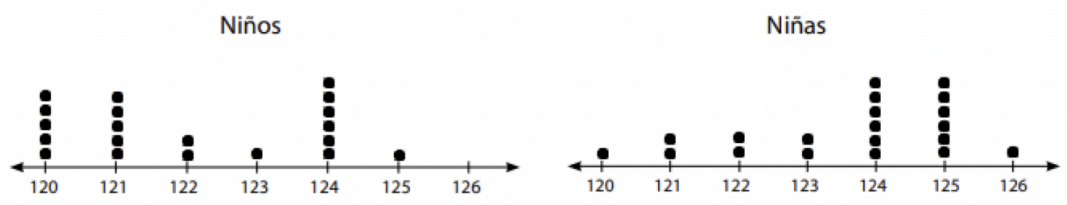


a) ¿Cuántos alumnos son en total en el Tercero Año Básico?

b) ¿Cuántos alumnos miden 126 centímetros?

c) ¿Cuál es la altura que más se repite? ¿Por qué?

4 El siguiente diagrama muestra la cantidad de palabras que leen por minutos un grupo de niños y niñas de 6to básico.



Responda:

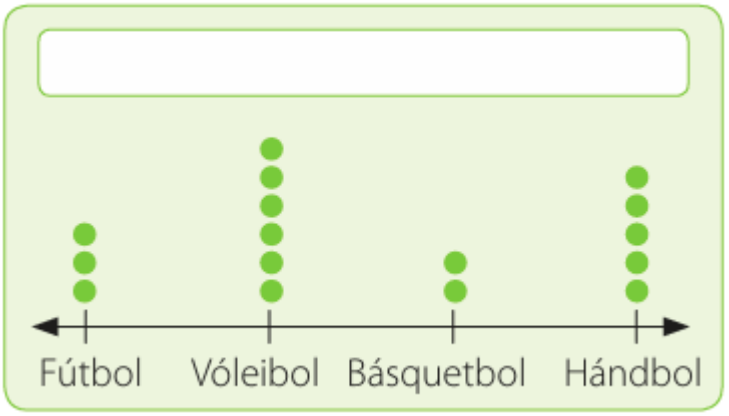
a) ¿Cuál es el promedio de palabras que leen niños y niñas de esta muestra?

b) ¿Cuál de los grupos tiene mejores resultados?

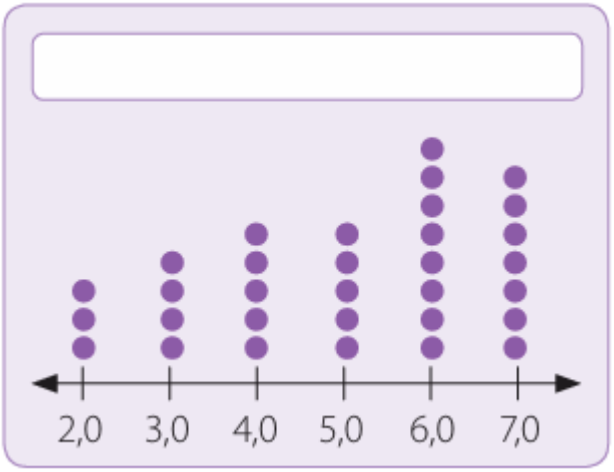
c) ¿En qué cantidad de palabras por minutos hay la misma cantidad de niños y niñas?

d) ¿Cuántas más niñas que niños leen 125 palabras por minuto?

5 Crea una situación que se relacione con los siguientes diagramas y escribe un título en cada caso.



Situación:



Situación:

Construcción diagrama de puntos

6 La siguiente tabla muestra una encuesta sobre la cantidad de hermanos que tienen un grupo de alumnos.

Nº de hermanos	Frecuencia
5	6
4	7
3	9
2	15
1	9
0	2

Construya un diagrama de puntos que represente la información anterior



Responda:

a) ¿Qué cantidad de hermanos se dio con mayor frecuencia?

_____

b) ¿Qué cantidad de hermanos se dio con menor frecuencia?

_____

c) ¿Cuál es la diferencia entre ellos? _____

7 La siguiente tabla muestra los puntajes obtenidos por 20 alumnos en la prueba final de matemáticas.

Puntajes	Frecuencia
28	3
27	2
22	6
20	5
19	2
18	2

Construya un diagrama de puntos que represente la información anterior



Responda:

a) ¿Cuál puntaje fue el que más se repitió?

_____

b) Si para obtener una nota sobre 6 se necesitan al menos 22 puntos, ¿cuántos la obtuvieron? _____

c) ¿Cuántos alumnos obtuvieron entre 18 y 20 puntos?

_____

8 La siguiente tabla muestra los minutos que demoraron los estudiantes de Educación Física en realizar una prueba de resistencia.

39 - 31 - 32 - 30 - 30 - 32 - 39 - 30 - 35 - 35 - 30 - 39 - 31 - 35 - 35 - 30 - 32 - 30 - 30 - 30 - 32 - 37
32 - 30 - 31 - 31 - 37 - 38 - 30 - 32 - 35 - 31 - 36 - 36 - 32 - 30 - 37 - 35 - 35 - 33 - 33 - 32 - 31 - 30

Organice la información en una tabla

Minutos	*Frecuencia*

Construya un diagrama de puntos que represente la información anterior



9 La siguiente tabla muestra la venta de electrodomésticos en una tienda.

Ventas de electrodomésticos en una tienda.

2 lavadoras, 5 televisores, 4 refrigeradores, 2 jugueras y 3 planchas.

Construya un diagrama de puntos que represente la información anterior



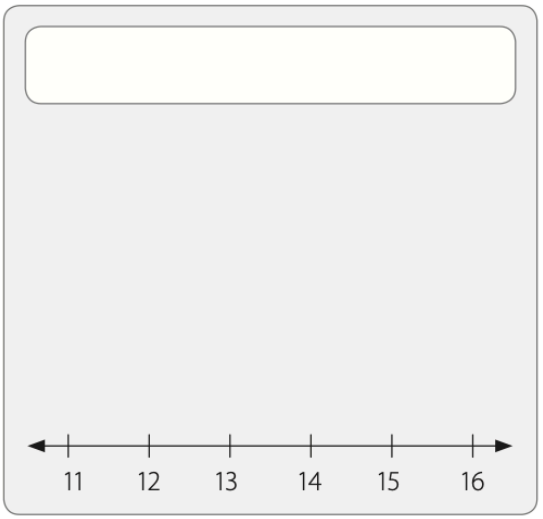
10 Los siguientes datos fueron recogidos al preguntarles la edad, en años, a los integrantes de un equipo de básquetbol.

13 - 14 - 13 - 14 - 15 - 11 - 12 - 12 - 11 - 13 - 14 - 15 - 16 - 16 - 12 - 11 - 13 - 14 - 15 - 12

Complete la tabla para organizar la información

Edad de integrantes de un equipo de básquetbol	
Edad	Cantidad de integrantes

Construya un diagrama de puntos que represente la información anterior



Responda:

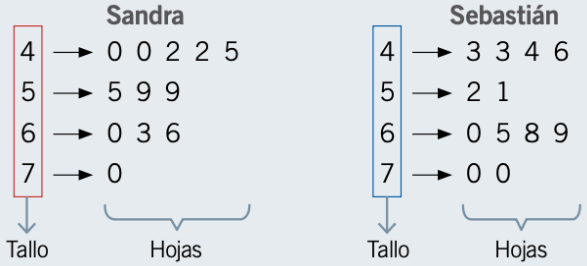
a) ¿Cuál(es) es (son) la(s) edad(es) más frecuente(s)?

b) ¿Cuál es la edad menos frecuente?

Diagrama de tallo y hojas

Los **diagramas de tallo y hojas** permiten representar un conjunto de datos con el objetivo de resumir y de entregar la información de una forma más manejable. Se compone de dos partes que se denominan **tallo** y **hojas**; por lo general las hojas contienen la cifra de las unidades y el tallo, las cifras restantes.

Ejemplo: los diagramas de tallo y hojas que se muestran corresponden a las calificaciones obtenidas por Sandra y Sebastián.



Al comparar los diagramas, se observa que Sebastián obtiene un mayor número de calificaciones 7,0.

11

Claudio preguntó a distintas personas qué edad tenían. Las respuestas las registró en el siguiente diagrama.



Responda:

a) Escriba todos los datos

_____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____

_____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____ - _____

b) ¿A cuántas personas encuestaron en total?

c) ¿Cuántas personas son menores de 35 años? ¿Cómo lo supiste?

d) ¿Qué edad tiene la persona mayor?

e) ¿Cuál es la diferencia de edad entre la persona mayor y la menor?

12 Los siguientes datos corresponden a las notas de Nelson y Fernanda en la asignatura de Matemática.

Notas de Nelson

Tallo	Hojas
2	
3	
4	5 6
5	8 9 9
6	7 7 8 9 9 9 9
7	

Notas de Fernanda

Tallo	Hojas
2	
3	3 9
4	0 5 5 6 7 7
5	3 4
6	
7	0 0

a) ¿Cuál fue la mayor y la menor nota de Fernanda?

_____

b) ¿Cuál es la nota que más se repite en el diagrama de Nelson?

_____

c) ¿Qué estudiante muestra una mayor variación de los datos?

_____

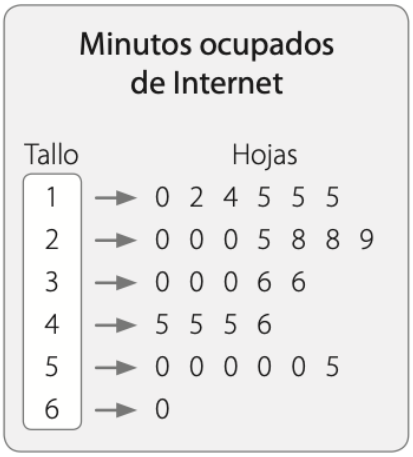
d) ¿Quién tendrá un mejor promedio en Matemática?

_____

e) Escribe 3 conclusiones a partir de las notas de Nelson y las de Fernanda.

_____

13 En el siguiente diagrama de tallo y hojas están representados los minutos durante los cuales una persona ha ocupado Internet.



a) En total, ¿cuánto tiempo destinó a ocupar Internet?

_____

b) ¿Cuántas veces se conectó en total a internet la persona?

_____

c) ¿Cuántas veces se conectó menos de 30 minutos?

_____

14 Estos datos corresponden al número de preguntas correctas contestadas por los estudiantes de IV medio en la prueba de historia

12 - 35 - 23 - 42 - 13- 12 - 25 - 26 -32 - 33 - 38 - 41 - 40 - 14 - 15

Complete el diagrama:

Tallo	Hoja
1	2
2	5
	2 3
4	0

Responda:

a) ¿Cuál fue la menor cantidad de respuestas correctas que se obtuvo de este grupo de alumnos?

_____

b) ¿Cuál fue la mayor cantidad de respuestas correctas?

_____

c) ¿Cuántos alumnos rindieron la prueba?

_____

15 Observe las notas de Historia y Ciencias de Nicolás:

Historia	3,8	6,0	5,7	5,6	5,7	3,4	5,7

Ciencias	6,1	4,8	5,6	4,6	6,8	4,6	5,3

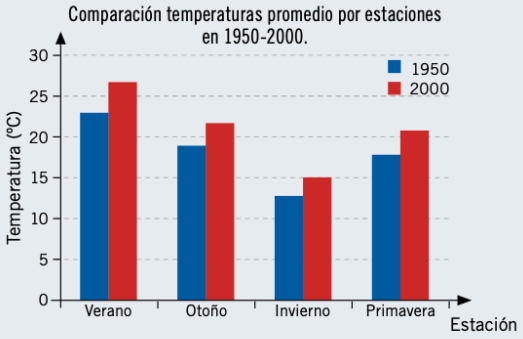
Cree un diagrama de tallo y hojas con sus notas:

Historia Hojas	Tallo	Ciencias Hojas

Gráficos de barra doble

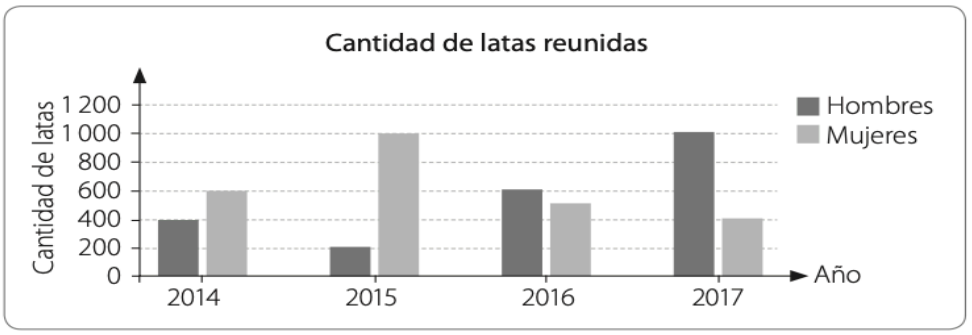
En un **gráfico de barras dobles** se representan dos grupos de frecuencias para cada valor o categoría de la variable. Luego, en cada categoría se dibujan, sin separar, las barras respectivas. Para leer e interpretar este tipo de gráfico, se observa su título, así como las barras asociadas a cada categoría, para compararlas.

Ejemplo:



- El título muestra que se comparan las temperaturas promedio por estaciones.
- En el eje horizontal se muestran las estaciones del año y en el eje vertical, las temperaturas.
- La barra de color azul representa el promedio de la temperatura en el año 1950 y la barra de color rojo, el promedio de las temperaturas en el año 2000.

16 Un grupo de estudiantes registró la cantidad de latas reunidas los últimos 4 años.



a) ¿Qué información se registró en el eje horizontal y en el eje vertical del gráfico?

_____

b) ¿En qué año se reunió una mayor cantidad de latas?

_____

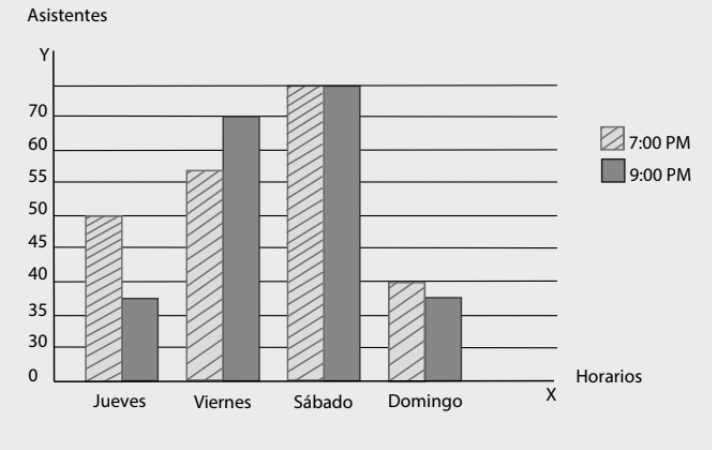
c) ¿En qué año la diferencia entre la cantidad de latas reunidas por hombres y mujeres fue mayor?

_____

d) ¿Cuántas latas se han reunido en estos 4 años?

_____

17 Interpreta la información del siguiente gráfico de la cantidad de asistentes a una obra de teatro durante 4 días a las 7:00 pm y 9:00 pm



a) ¿Qué representan las barras achuradas y las barras sin pintar?

_____

b) ¿En qué días asistió más público a las 7:00 que a las 9:00?

_____

c) ¿En qué día se dio la mayor diferencia entre la cantidad de asistentes a las 7:00 y a las 9:00?

_____

d) ¿Cuál fue la diferencia aproximadamente?

_____

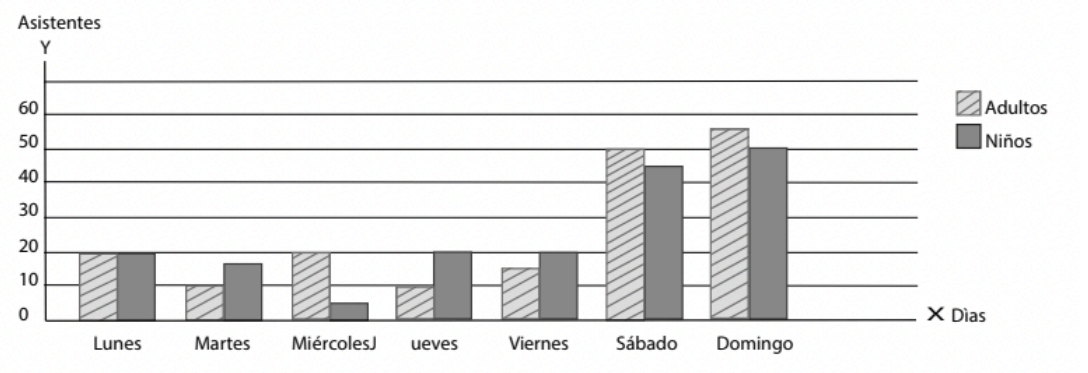
e) ¿En qué día asistió más público?

_____

f) ¿Cuántas personas vieron la obra aproximadamente entre jueves y domingo?

_____

18 Este gráfico muestra la asistencia de niños y adultos a una exposición de arte durante una semana.



a) ¿En qué día(s) asistieron más niños que adultos?

_____

b) ¿Qué día tuvo mayor asistencia total?

_____

c) ¿Qué título le pondrías al gráfico?

_____

d) ¿Cuántos niños asistieron a la exposición entre el lunes y el viernes?

_____

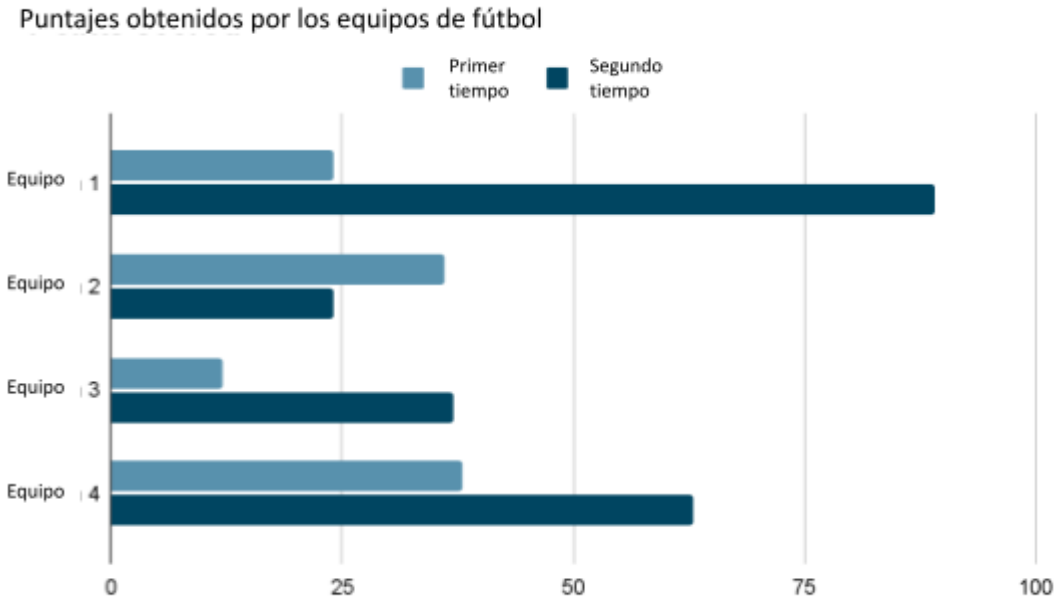
e) ¿Cuántos adultos asistieron a la exposición entre sábado y domingo?

_____

f) ¿Cuál es la diferencia de asistencia entre niños y adultos en el día miércoles?

_____

19 Los siguientes gráficos muestran los puntajes obtenidos por cuatro equipos de fútbol.



a) ¿Qué equipo obtuvo el mejor puntaje en el segundo tiempo?

_____

b) ¿Cuántos puntos más obtuvo el equipo 2 en el primer tiempo que en el segundo?

_____

c) ¿Cuántos puntos más obtuvieron en total el equipo 1 en comparación con el equipo 2?

_____

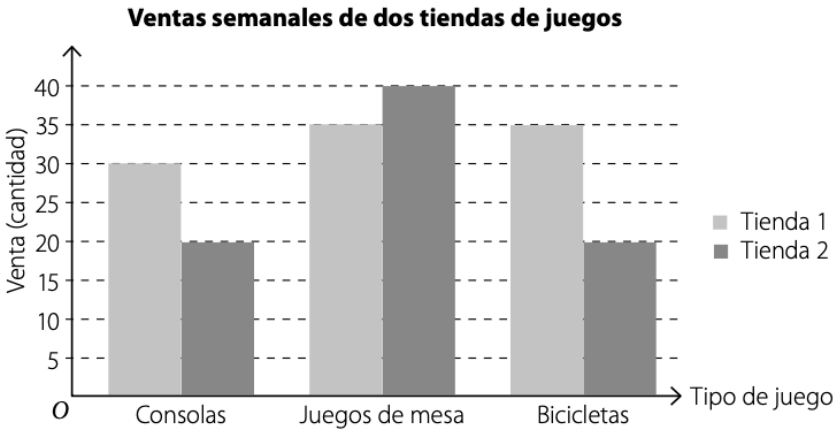
d) ¿A qué equipo le fue mejor?

_____

20

Desafío

El gráfico representa las ventas semanales en dos tiendas de juegos



a) ¿Qué tienda vendió más juegos de mesa?

_____

b) ¿Cuántas bicicletas vendió la tienda 2?

_____

c) ¿Cuántas consolas vendieron las dos tiendas en conjunto?

_____

d) ¿Cuál de los tres juegos se vendió más en la tienda 2?

_____

e) ¿Cuál de las tiendas vendió más bicicletas?

_____

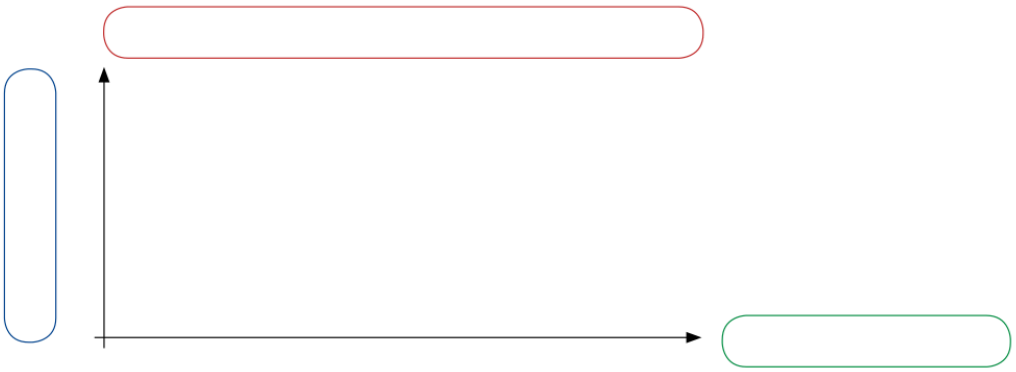
f) ¿Cuál de las tiendas vendió una mayor cantidad de juegos?

_____

21 Construye un gráfico de barra doble para las siguientes tablas:

Cantidad de ventas realizadas				
Tiendas \ Prendas	Poleras	Vestidos	Pantalones	Blusas
Tienda A	28	35	33	29
Tienda B	22	37	30	35

a) Construye un gráfico de barras doble con la información presentada en la tabla.



b) ¿Cuál tienda vendió mayor cantidad de prendas?

_____

c) Si se comparan las ventas en ambas tiendas, ¿qué prendas presentan una mayor y una menor variación?

_____

22 La siguiente tabla muestra los talleres escogidos por los alumnos del 6A y 6B

Talleres	6º A	6º B
Fútbol	15	14
Cueca	3	4
Gimnasia Artística	2	3
Cocina	7	5

Responde:

a) ¿Qué nombre le pondrías al gráfico?

_____

b) ¿Cuántos más estudiantes del 6to A se inscribieron a cocina que el 6to B? _____

c) ¿Qué curso tiene más inscritos a los talleres?

_____

d) ¿Cuántos alumnos en total se inscribieron a gimnasia artística y cueca de ambos cursos? _____

23 Alumnos inscritos en talleres municipales durante los años 2015 y 2016:

Talleres	Año 2015	Año 2016
Teatro	25	27
Cueca	18	16
Gimnasia	30	32
Cocina	28	30
Danza	21	18

Construya el gráfico:

Responde:

a) ¿Cuántas personas en total se inscribieron el año 2015 a los talleres de gimnasia y danza? _____

b) ¿Qué año el taller de cocina tuvo más inscritos?

_____

c) Entre Cueca y Danza, de ambos años, ¿quién tuvo más inscritos en total? _____

24 Esta tabla muestra la cantidad de autos y camionetas vendidas por una automotora entre los años 2000 y 2007

Años	Autos	Camionetas
2000	180	100
2001	190	110
2002	230	150
2003	230	120
2004	270	190
2005	180	210
2006	250	240
2007	290	120

Construya el gráfico:

Responde:

a) ¿En qué año se vendieron más automóviles?

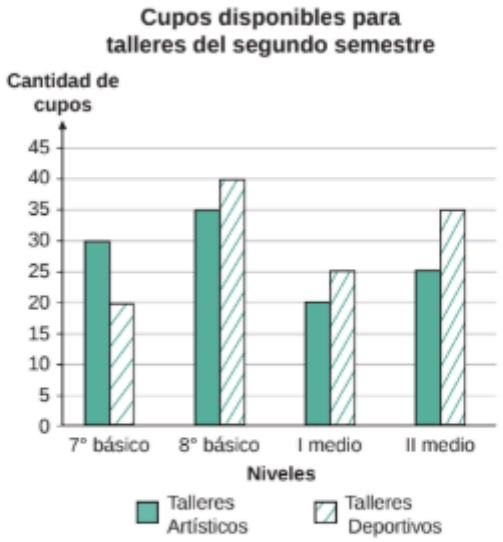
_____

b) ¿Qué conclusión podemos deducir a partir del gráfico?

_____

_____

25 El siguiente gráfico muestra la cantidad de cupos disponibles para los talleres artísticos y deportivos del segundo semestre en un colegio:



¿Cuántos cupos disponibles para talleres deportivos del segundo semestre hay en total para los niveles de enseñanza media?

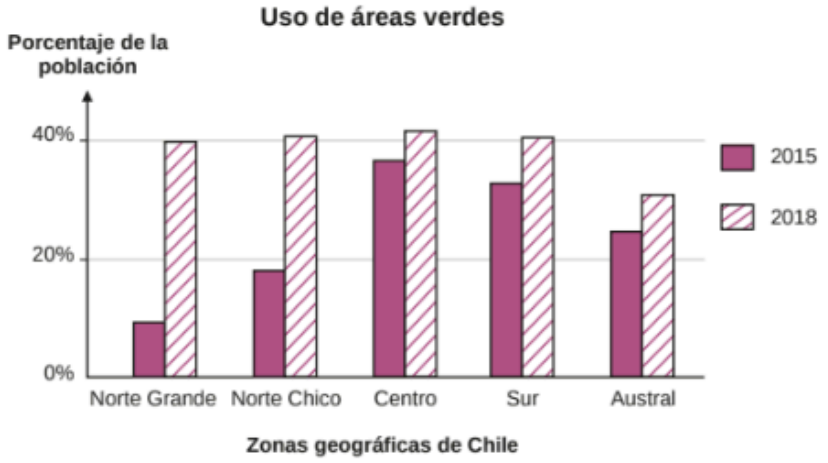
26 El siguiente gráfico muestra la preferencia de un grupo de personas por las estaciones del año:



¿Qué estación del año fue preferida por exactamente 5 mujeres?

a) Verano
b) Otoño
c) Invierno
d) Primavera

27 El siguiente gráfico muestra el porcentaje de la población que usó las áreas verdes de su comuna, al menos una vez al mes, en las distintas zonas geográficas de Chile, en los años 2015 y 2018:



Considerando todas las zonas geográficas de Chile, ¿qué ocurrió con el uso de áreas verdes el año 2018 respecto al uso que hubo el año 2015?

Escribe a continuación tu respuesta, señalando qué elementos del gráfico usaste para tu conclusión:

_____

_____

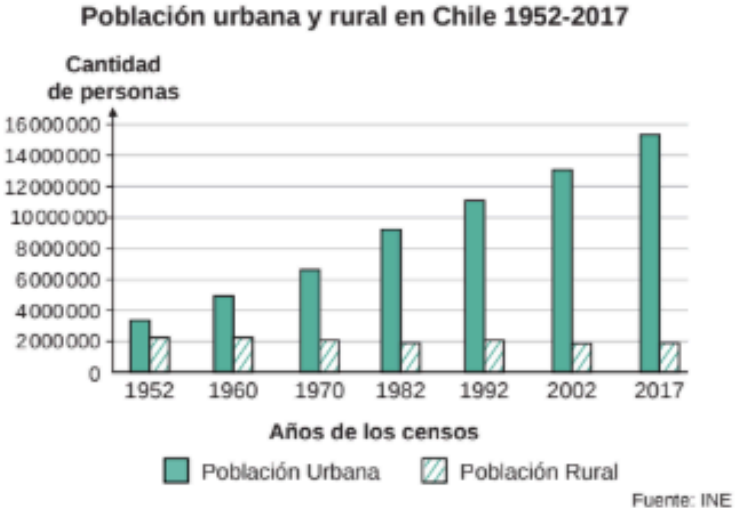
_____

_____

_____

_____

28 El siguiente gráfico muestra la población urbana y la población rural de Chile obtenidas en los censos de Población y Vivienda que se realizaron entre 1952 y 2017:



Considerando la información de todos los censos que se muestran en el gráfico, ¿qué ocurrió con la población urbana y la población rural en Chile?

Escribe a continuación tu respuesta, señalando qué elementos del gráfico usaste para tu conclusión:

_____

_____

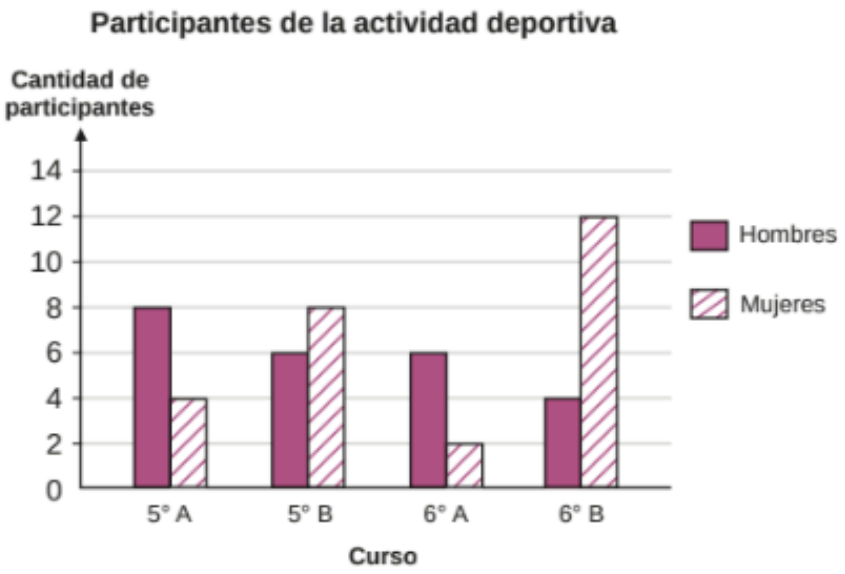
_____

_____

_____

_____

29 El siguiente gráfico muestra la cantidad de hombres y mujeres que participan en una actividad deportiva, según su curso:



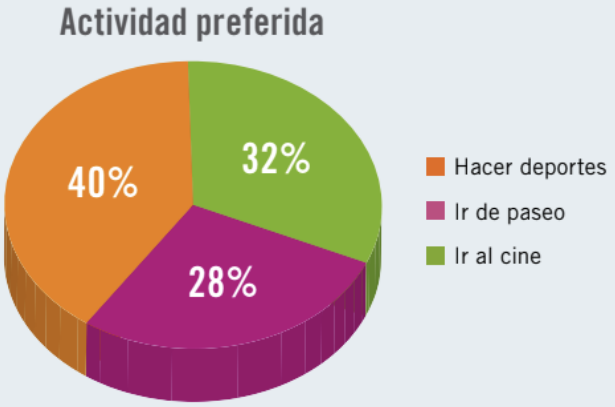
¿En qué curso participaron exactamente 8 mujeres en la actividad deportiva?

a) 5°A
b) 5°B
c) 6°A
d) 6°B

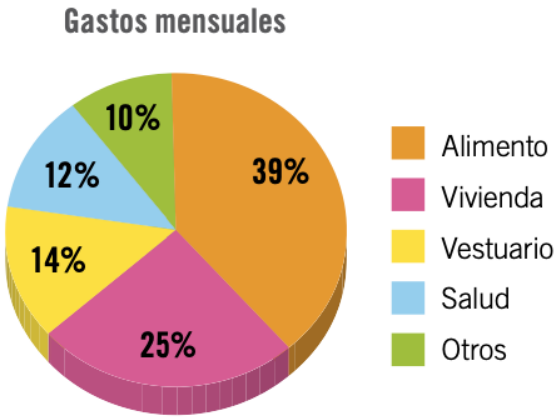
¿Cuánta gente participó en total?

Gráficos circulares

En un gráfico circular cada sector representa la frecuencia de una categoría respecto del total de datos. Habitualmente, la frecuencia se expresa como porcentaje.



30 El siguiente gráfico representa los gastos mensuales de una familia.



a) ¿Cuánto suman todos los porcentajes?

_____

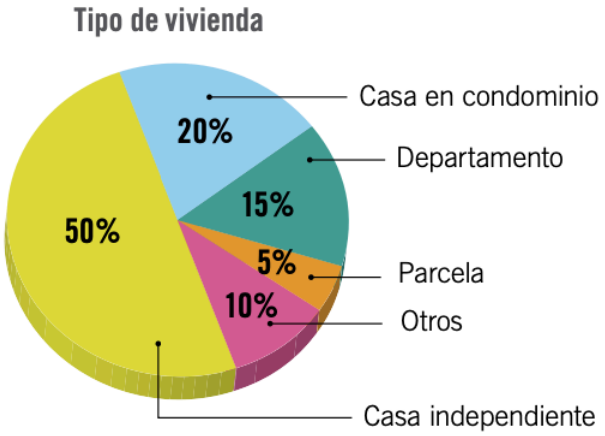
b) ¿Qué porcentaje gasta la familia en alimento y vestuario?

_____

c) ¿Qué porcentaje gasta la familia en otros?

_____

31 Al encuestar a 1.860 personas y preguntarles sobre el tipo de vivienda en la que habitan, se obtuvieron los siguientes resultados que se muestran en el gráfico:

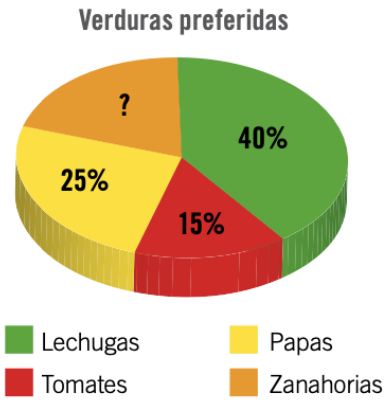


a) Escribe las preferencias que se encuentran entre el 7%y el 18%.

_____

b) Calcula la **cantidad** de personas que corresponde a cada preferencia:

32 El siguiente gráfico representa las verduras preferidas por 1.360 personas.



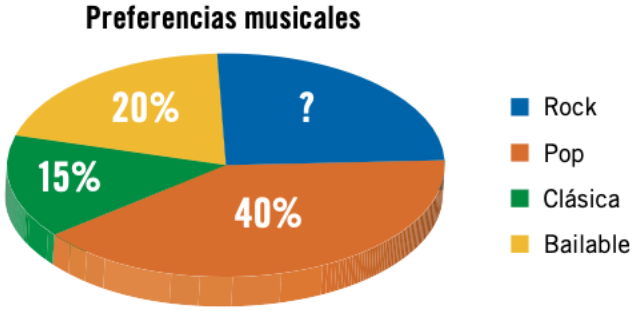
a) ¿Qué porcentaje prefiere las zanahorias? _____

b) ¿Cuántas personas equivale ese porcentaje? _____

c) ¿Qué porcentaje prefiere tomate y lechuga? _____

Cálculos:

33 El siguiente gráfico circular corresponde a un estudio realizado a 15 200 personas sobre sus preferencias musicales.



Calcule la cantidad que corresponde a cada porcentaje:

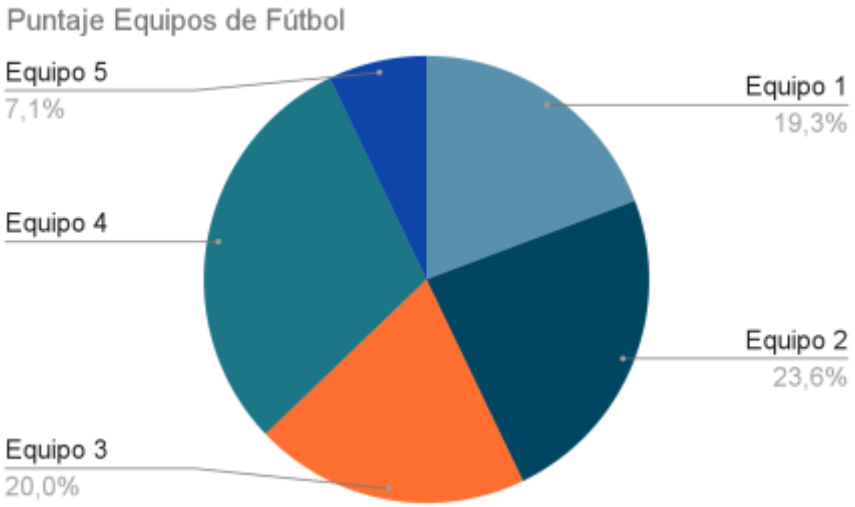
a) Rock → _____ personas.

b) Pop → _____ personas.

c) Clásica → _____ personas.

d) Bailable → _____ personas.

34 El siguiente gráfico muestra los porcentajes de 140 goles metidos por 5 equipos de fútbol.



a) ¿Qué porcentaje corresponde al equipo 4? _____

b) ¿Cuántos goles metió el equipo 1? _____

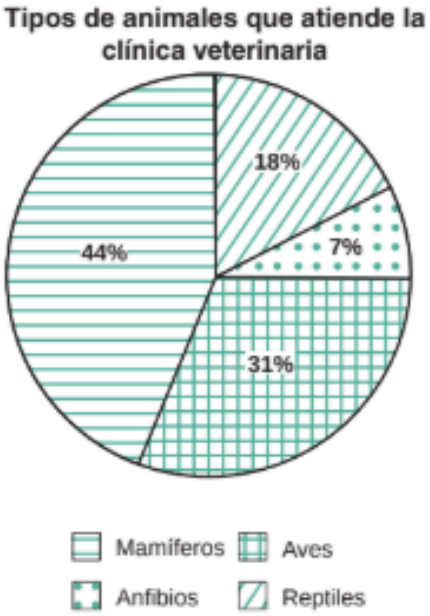
35 El siguiente gráfico muestra la distribución de las diferentes especies de árboles nativos que hay en un invernadero:



¿De qué especie hay menos árboles en el invernadero?

a) Litre
b) Quillay
c) Boldo
d) Peumo

36 El siguiente gráfico muestra la distribución de animales que se atienden en una clínica veterinaria según su tipo:



¿Cuál de las siguientes afirmaciones se puede deducir del gráfico?

a) Las aves que se atienden en la clínica son 13 animales menos que los mamíferos que se atienden
b) Los mamíferos representan la mitad de los animales que se atienden en la clínica veterinaria
c) Se contaron 100 animales entre los diversos tipos que se atienden en la clínica veterinaria
d) Los reptiles y anfibios representan el 25% de los animales que se atienden en la clínica

37 El siguiente gráfico muestra la distribución de los diferentes tipos de libros que hay, según sus temáticas, en una biblioteca escolar:



¿De cuál de las temáticas hay más libros en la biblioteca?

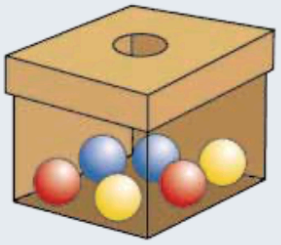
a) Literatura
b) Historia
c) Artes
d) Otros

Unidad 10: Probabilidades

Experimento aleatorio

Un **experimento aleatorio** es el que depende del azar, es decir, del cual no se tiene certeza de lo que ocurrirá y no se puede predecir su resultado.

Ejemplo: de una caja con bolitas de color amarillo, azul y rojo se extrae una bolita al azar, por lo que no se tiene certeza el color de la que se obtendrá.



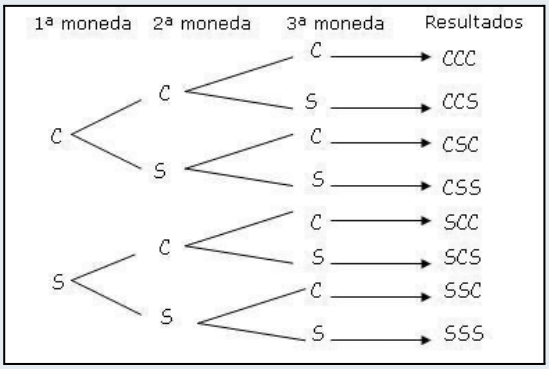
Ejemplos de experimentos aleatorios:

- ➔ Lanzar una moneda, ya que puedes obtener cara o sello
- ➔ Lanzar un dado normal ya que puedes obtener 1, 2, 3, 4, 5 o 6

Para encontrar todos los resultados posibles de un experimento aleatorio es útil usar dibujos, esquemas o diagramas. Ejemplo: Diagrama de árbol

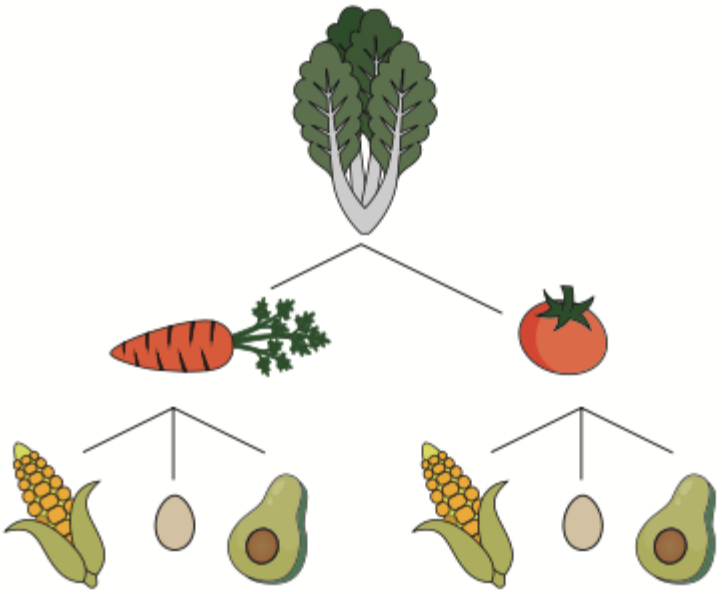
Diagrama de árbol

Un diagrama de árbol es un dibujo que muestra **todas las posibles opciones o resultados** de un experimento, (**como "ramas de un árbol**")Ejemplo:
Si lanzas una moneda tres veces, el diagrama de árbol muestra todas las combinaciones posibles.



1

El siguiente diagrama resume las opciones de ensalada para Valentina:



a) ¿Cuáles son las diferentes opciones de ensaladas que puede prepararse Valentina?

_____

b) ¿Cuántas opciones de ensaladas puede prepararse Valentina?

_____

c) ¿Cuántas ensaladas con palta se puede preparar? ¿Es la misma cantidad que las ensaladas con tomate?

_____

d) Si se ofreciera, adicionalmente, 2 posibles salsas, ¿cuántas opciones de ensaladas tendrá ahora para elegir? Explica

_____

_____

2 Construye un diagrama de árbol para representar el lanzamiento de cuatro monedas:

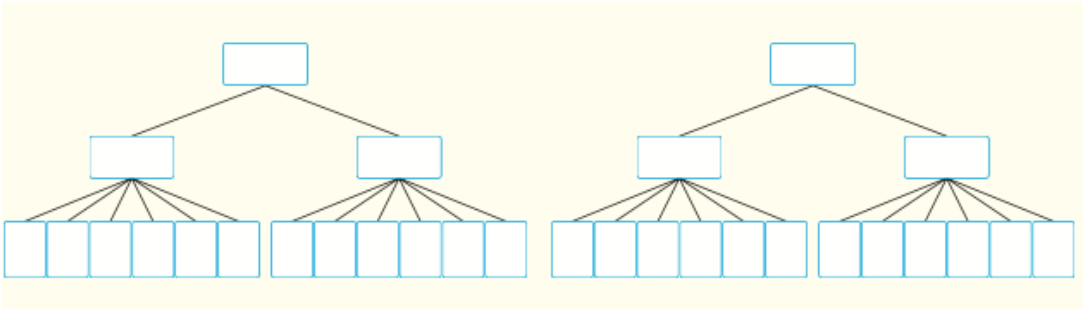
1° Moneda	2° Moneda	3° Moneda	4° Moneda	Resultados

a) Nombra tres casos posibles: _____
_____
_____

b) ¿Cuántas combinaciones posibles hay? _____

3 Se lanzan dos monedas y un dado a la vez

a) Complete el diagrama que representa los resultados posibles:



b) ¿Cuántos resultados posibles tiene este experimento?

_____

c) ¿En cuántos casos se obtiene un número 2 en el dado?

_____

d) ¿En cuántos casos se obtiene cara en las dos monedas?

_____

e) ¿En cuántos casos se obtiene un número par en el dado?

_____

4 Construye un diagrama de árbol para representar las posibles respuestas del lanzamiento de un dado 2 veces:

1° lanzamiento	2° lanzamiento	Resultados

a) Nombra tres casos posibles: _____
_____
_____

b) ¿Cuántas combinaciones posibles hay? _____

5 En una heladería tienen una variedad de 5 sabores distintos y María quiere un helado de tres sabores.

Construya un diagrama de árbol para representar las posibles respuestas.

a) Nombra tres casos posibles: _____
_____
_____

b) Si se quiere comprar un helado de dos sabores, ¿cuántas combinaciones posibles hay para elegir? _____

c) Si se quiere comprar un helado de dos sabores pero sin repetir sabores, ¿cuántas combinaciones posibles hay para elegir? _____

6 En el casino del colegio, hay 3 opciones de entradas, 2 de platos de fondo y 2 de postres que se presentan a continuación:

Entradas	Platos de fondo	Postres
1. Ensalada	1. Pasta	1. Frutillas
2. Sopa	2. Pollo	2. Helado
3. Empanada		

Crea un diagrama de árbol que represente todas las combinaciones posibles de menús que se pueden comer en el casino.

a) Nombra **todos** los casos posibles:

b) ¿Cuántas combinaciones posibles hay? _____

7 Un estudiante quiere elegir su ropa para la premiación de fin de año. Entre sus opciones tiene 3 poleras (azul, roja y verde), 3 pantalones (negros, jeans y blancos) y 2 pares de zapatos (botas y zapatillas).

Crea un diagrama de árbol que represente todas las combinaciones posibles de vestimenta.

a) ¿De cuántas formas diferentes puede vestirse?

_____

b) Si ahora se da cuenta de que la polera de color azul está sucia, por lo que no la puede usar, ¿cuántas posibles combinaciones hay?

_____

8 En la heladería, se puede elegir 1 sabor de helado y 1 tipo de topping Las opciones son:

- Sabores: Chocolate, Frutilla, Vainilla y Mango
- Toppings: Maní, Chips de chocolate y Salsa de frutilla

a) ¿Cuántas opciones de **sabores** hay? _____

b) ¿Cuántas opciones de **toppings** hay? _____

c) ¿Cuántas posibles combinaciones hay en **total**?
_____

d) ¿Cómo crees que podemos calcular las posibles combinaciones de manera rápida?
_____

Crea un diagrama de árbol represente todas las combinaciones posibles de helado + topping.

9

María fue a una heladería en la que habían 5 opciones de sabores de helado diferentes. Ella quiere un helado de tres sabores diferentes.

Crea un diagrama de árbol que represente todas las combinaciones posibles de helado de tres sabores.

a) ¿Cuántas combinaciones posibles hay? _____

10

En un taller de repostería de muffins, se pueden elegir 2 tipos de masa, 3 tipos de crema y 2 decoraciones.

- Masa: Chocolate y vainilla
- Crema: Frutilla, chocolate y limón
- Decoración: Chispas y fruta

Crea un diagrama de árbol que represente todas las combinaciones.

¿Cuántos muffins distintos se pueden crear?

11 En un juego, el jugador lanza una moneda (cara o sello) y luego tira un dado (1, 2, 3, 4, 5 y 6).

¿Cuáles son las opciones que tiene el jugador?

12 Una familia se va de viaje y puede elegir un destino y un tipo de alojamiento. Las opciones son:

- ➔ Destinos: Playa, montaña, campo y ciudad
- ➔ Alojamiento: Hotel, cabaña y carpa

¿Cuántas combinaciones de viaje hay? _____

13

Un jugador tiene dos monedas, una pintada un lado de color rojo y el otro de color azul y la otra pintada un lado de color amarillo y el otro lado de color verde. Si lanza una moneda y luego la otra, ¿cuáles son las opciones de resultados que tiene el jugador?

¿Cuántas opciones hay en total? _____

14

DESAFÍO

En una caja hay una pelota azul, amarilla, roja y una verde. Si se sacan **tres pelotas** al azar *sin reposición*, ¿cuáles son las posibles combinaciones?

Frecuencia absoluta y relativa

La **frecuencia absoluta** (f) de un suceso se puede relacionar con el número de veces que ocurre dicho suceso.

La **frecuencia relativa** (f_r) de un suceso se puede relacionar con la razón entre la frecuencia absoluta y el número total de veces que se realiza el experimento aleatorio.

Ejemplo: al realizar el experimento aleatorio de lanzar un dado 25 veces, se obtienen los siguientes resultados:

Cantidad de puntos						
Cantidad de apariciones (frecuencia absoluta)	5	3	6	2	5	4

Frecuencia relativa de que aparezca . ▸ $\frac{5}{25} = 0{,}2$

Frecuencia relativa de que aparezca . ▸ $\frac{6}{25} = 0{,}24$

***Frecuencia porcentual → Frecuencia relativa • 100*

15 Se entrevistó a 10 alumnos respecto a su deporte favorito y estas fueron sus respuestas:

Handball	Basquetbol	Natación	Handball	Voleibol
Natación	Handball	Handball	Basquetbol	Fútbol

Completa la tabla según la información de la entrevista

Deporte	Frecuencia absoluta (f)	Frecuencia relativa (f_r)	Frecuencia porcentual
Handball			
Natación			
Basquetbol			
Voleibol			
Fútbol			

a) ¿Qué deporte tiene **mayor** frecuencia absoluta?
_____

b) ¿Qué significa que tenga mayor frecuencia absoluta?

_____

16 Un dentista observa el número de caries en cada uno de los alumnos de cierto colegio.
La información obtenida aparece resumida en la siguiente tabla:

Número de Caries	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa (Fr)	Frecuencia porcentual
0	25		
1	20		
2	35		
3	15		
4	5		

a) ¿Cuántos niños fueron evaluados en total? _____
b) ¿Cuántos niños tienen 1 carie? _____
c) ¿Cuál es el **porcentaje** de niños que tiene 4 caries? _____
d) ¿Qué número de caries tiene mayor frecuencia relativa?
_____ Eso significa que
_____
e) ¿Qué número de caries tiene menor frecuencia relativa?
_____ Eso significa que _____

17 Los puntajes de 20 estudiantes en una prueba de matemáticas son:

$$9, 10, 8, 10, 9, 8, 8, 9, 7, 9, 10, 8, 8, 7, 10, 8, 7, 7, 9,$$

Completa la tabla con los puntajes de los estudiantes:

Calificaciones	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa (Fr)	Frecuencia porcentual

a) ¿Cuántos estudiantes obtuvieron puntaje **menor** a 8?
_____

b) ¿Cuál es el **porcentaje** de estudiantes que obtuvieron puntaje 10? _____

c) ¿Cuál es la **frecuencia relativa** de los estudiantes que obtuvieron puntaje 7? _____

d) ¿Cuántos estudiantes obtuvieron puntaje mayor a 8 ? _____

e) ¿Qué **porcentaje** de los estudiantes obtuvo el **menor** puntaje?
_____

f) ¿Cuál es el puntaje con **mayor** frecuencia relativa? _____

g) ¿Cuál es el puntaje con **menor** frecuencia relativa? _____

18 En una tienda se registraron qué prendas compraron los últimos 50 clientes.

Completa la frecuencia relativa asociada a cada frecuencia absoluta:

Prendas	Frecuencia Absoluta	Frecuencia Relativa (Fr)	Frecuencia porcentual
Polera			10%
Vestido	10		
Botas			30%
Pantalón		0,40	

a) ¿Cuántas personas se compraron botas? _____

b) ¿Cuál es la **frecuencia porcentual** de los vestidos?

_____

c) ¿Cuánto es la **frecuencia absoluta** de las poleras y los pantalones **en total**? _____

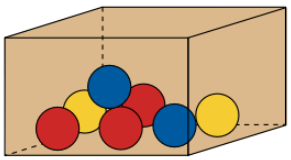
d) ¿Qué porcentaje de los clientes compró pantalones?

_____

e) ¿Qué producto fue el que compraron más? _____

f) ¿Qué producto fue el que compraron menos? _____

19 Considerando el evento “extraer una pelotita al azar”, la tabla muestra los resultados después de realizar 160 veces el experimento:



Extracción de bolitas	
Color de la bolita	**Frecuencia**
Roja	58
Azul	62
Amarilla	?

Calcula la frecuencia relativa según corresponda.

f_r(roja) = ☐ f_r(azul) = ☐ f_r(negra) = ☐

a) ¿Cuál es la frecuencia de la bola amarilla?

b) Calcula la frecuencia relativa de cada color:

Color	Frecuencia relativa
Roja	
Azul	
Amarilla	

20 Se le pidió a un grupo de personas que indiquen su color favorito, y se obtuvo los siguientes resultados:

negro	azul	amarillo	rojo	azul
azul	rojo	negro	amarillo	rojo
rojo	amarillo	amarillo	azul	rojo
negro	azul	rojo	negro	amarillo

Con los resultados obtenidos, elabora una tabla de frecuencias absolutas, relativa y porcentual:

a) ¿Cuántas personas eligieron rojo como color favorito?

_____

b) ¿Cuál es la **frecuencia absoluta** de amarillo?

_____

c) ¿Cuál es la **frecuencia relativa** de negro **y** azul?

_____

Tendencia de resultados

Al repetir muchas veces un experimento aleatorio, la fracción de veces que ocurre un evento respecto de la cantidad total de repeticiones tiende a su probabilidad teórica.

Ejemplo: si lanzas un dado muchas veces, verás que todos los números salen más o menos la misma cantidad de veces. Esa es la **tendencia**: que todos los resultados tienen una probabilidad parecida.

21 Lanza una moneda 25 veces y registra el resultado en la tabla:

LANZAMIENTO	RESULTADO	LANZAMIENTO	RESULTADO	LANZAMIENTO	RESULTADO
1		10		19	
2		11		20	
3		12		21	
4		13		22	
5		14		23	
6		15		24	
7		16		25	
8		17			
9		18			

Resuma en la siguiente tabla →

	Frecuencia
Cara (C)	
Sello (S)	

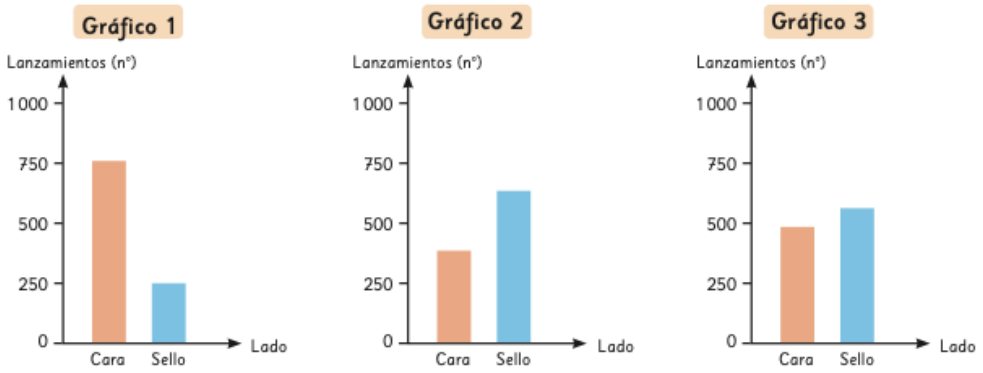
a) ¿Cuál resultado se repitió más? _____

b) Si comparas tu resultado con el de tus compañeros, ¿sucede lo mismo? _____

c) Junta tus resultados con los de 4 compañeros más, ¿cómo son las frecuencias de cara y sello?

_____

d) ¿Cuál de los siguientes gráficos se ajusta más a lo que podría ocurrir al lanzar la moneda 1 000 veces?



Explique:

_____

_____

22 Se lanza un dado y una moneda



a) ¿Cuáles son todos los posibles resultados?

_____

_____

_____

b) En cuántos casos se obtiene cara en la moneda?

_____

c) ¿En cuántos casos se obtiene 5 en el dado?

_____

d) En cuántos casos se obtiene cara en la moneda y 5 en el dado?

_____

e) Si se lanza ahora la moneda primero y luego el dado, ¿hay diferencias en los resultados? Explique

_____

_____

_____

23 Tania usó un computador para simular el lanzamiento de una moneda no cargada. Esta tabla muestra la cantidad de resultados obtenidos para distinta cantidad de lanzamientos:

Resultados lanzamiento de una moneda						
Cara	7	45	511	4 908	49 984	¿?
Sello	3	55	489	5 092	50 016	¿?
Total de lanzamientos	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000

Considerando la tendencia de los resultados anteriores, cuando la misma moneda se lance 1 000 000 de veces, ¿cuál de estas opciones muestra la cantidad de caras y sellos que se podría obtener?

a)

Cara	700 001
Sello	299 999

b)

Cara	500 972
Sello	499 028

c)

Cara	490 000
Sello	510 000

d)

Cara	700 000
Sello	300 000

24 Se saca una bola al azar:



a) ¿De cuál bolsa hay más posibilidades de sacar una bola negra?

_____

b) ¿De cuál bolsa hay más posibilidades de sacar una bola blanca?

_____

c) ¿Existe alguna bolsa donde sea igualmente posible sacar una bola negra o una bola blanca?

_____

Probabilidad

Es la posibilidad de que ocurra algo.
Se calcula con la siguiente fórmula:

$$P(A) = \frac{\text{Número de casos favorables a A}}{\text{Número de casos posibles}}$$

Para el **numerador**, los **casos favorables** son los casos deseados, lo que queremos que salga.
Para el **denominador**, los **casos posibles** son el total de casos que hay en el experimento.
Ejemplo: Si lanzas una moneda, la **probabilidad** de que salga "cara" es **1/2 (o 50%)**:

$\frac{1}{2}$

Si queremos que salga cara al lanzar una moneda los **casos favorables** es igual a 1, ya que hay una opción (que salga cara).

Al lanzar una moneda el **número total de casos posibles** son 2 (que salga cara o que salga sello).

25 Desde una bolsa, luego de extraer una pelota un gran número de veces, pero cada vez devolviéndola a la bolsa, se obtuvo el siguiente resultado:

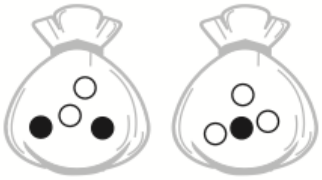
Color	Número de veces
Rojo	30
Amarillo	15
Azul	6
Verde	9

¿Cuál de las siguientes bolsas puede haber sido la usada? Enciérrela



Bolsa 1 Bolsa 2 Bolsa 3 Bolsa 4

26 Se tienen 2 bolsas con pelotas blancas y negras.
Se extrae una pelota de cada bolsa y se piensa en el color que se forma al mezclar ambos colores



Bolsa 1 Bolsa 2

a) ¿Cuáles son todos los posibles resultados? Comparte tu estrategia

_____

b) ¿Cuántos resultados posibles hay? _____

c) ¿Qué es más posible, obtener blanco, gris o negro? _____

d) Si se agrega una pelota blanca a la bolsa 1, ¿cambian las posibilidades de obtener un color u otro? Explica

_____

27 Si Roberto tiene una moneda (cara y sello) y la lanza una vez:

a) ¿Cuáles son todos los casos posibles? _____
b) Si él quiere que salga sello, ¿cuáles son los casos favorables? _____
c) Según la letra b, si quiere que salga sello, ¿cuál es la probabilidad de que eso ocurra?

28 Al lanzar un dado de seis caras:

a) ¿Cuáles son todos los casos posibles? _____
b) ¿Cuál es la probabilidad de obtener cada punto? Complete la tabla:

Probabilidad					
1 punto	2 puntos	3 puntos	4 puntos	5 puntos	6 puntos

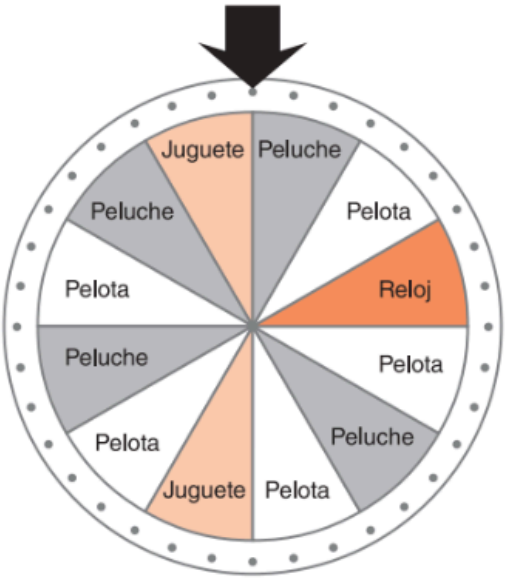
c) Si queremos obtener un número par:
   i) ¿Cuáles son todos los **casos posibles** al lanzar el dado? _____
   ii) ¿Cuáles son los **casos favorables**? _____
   iii) Entonces, ¿cuál es la **probabilidad** de obtener un número par? _____

d) Si queremos obtener un número mayor a 4:
   i) ¿Cuáles son todos los **casos posibles** al lanzar el dado? _____
   ii) ¿Cuáles son los **casos favorables**? _____
   iii) Entonces, ¿cuál es la **probabilidad** de obtener un número mayor a 4?

29 Al lanzar un dado no cargado de 6 caras numeradas del 1 al 6, ¿cuál de los siguientes eventos es seguro que ocurra?

a) Que salga el 5
b) Que salga el 0
c) Que salga un número mayor que 5
d) Que salga un número menor que 7

30 La siguiente ruleta circular está dividida en 12 sectores iguales, cada uno con un premio que puede ganarse al hacer girar la ruleta:



Si se hace girar una vez la ruleta, ¿cuál es el premio que es más probable ganar?

a) Juguete
b) Peluche
c) Reloj
d) Pelota

¿Por qué?

_____

_____

_____

_____

Bibliografía

- Batarce, Y., Cáceres, B., & Kükenshöner, C. (2013). La Casa del Saber Matemática 6º básico Tomo I. Santillana del Pacífico S.A.
- Batarce, Y., Cáceres, B., & Kükenshöner, C. (2013). La Casa del Saber Matemática 6º básico Tomo II. Santillana del Pacífico S.A.
- Rodríguez, R., García, D., Romante, P., & Verdejo, A. (2018). Texto del estudiante matemática 6º básico. Ediciones SM Chile S.A
- Isoda, M. (2020). Sumo Primero 6º básico: Libro del Estudiante Tomo 1. Gakko Tosho Co, LTD. Traducción y adaptación: Ministerio de Educación de Chile, Unidad de Currículum y Evaluación.
- Isoda, M. (2020). Sumo Primero 6º básico: Cuaderno de actividades Tomo 1. Gakko Tosho Co, LTD. Traducción y adaptación: Ministerio de Educación de Chile, Unidad de Currículum y Evaluación
- Isoda, M. (2020). Sumo Primero 6º básico: Libro del Estudiante Tomo 2. Gakko Tosho Co, LTD. Traducción y adaptación: Ministerio de Educación de Chile, Unidad de Currículum y Evaluación
- Isoda, M. (2020). Sumo Primero 6º básico: Cuaderno de actividades Tomo 2. Gakko Tosho Co, LTD. Traducción y adaptación: Ministerio de Educación de Chile, Unidad de Currículum y Evaluación.
- Agencia de la Calidad de la Educación (2022). Evaluación DIA Diagnóstico 6°
- Agencia de la Calidad de la Educación (2022). Evaluación DIA Monitoreo 6° 2022
- Agencia de la Calidad de la Educación (2022). Evaluación DIA Diagnóstico 7° 2022
- My Pals are here Maths 6A, Marshall Cavendish
- Mathematics in English Grade 6

- Responsable recopilación y adaptación: Bernardita Alcalde (Jefa de modelo matemática área de Desarrollo)